

# RACCOLTA DI ESERCIZI PER I CORSI PRELIMINARI

## PROPRIETÀ DEI NUMERI INTERI, SCOMPOSIZIONI, ECC.

1. Se  $A$  è uguale a  $2^{12} \cdot 3^5 \cdot 7^2$  e  $B$  è uguale a  $2^8 \cdot 3^6 \cdot 7 \cdot 11^2$ , quanto valgono m.c.m. ed M.C.D. dei numeri  $A$  e  $B$ ? {R. 17703899136 e 453456}
2. Se si moltiplicano due numeri divisibili per 3, il prodotto è divisibile per 9? {R. Sì}
3. Se si sommano due numeri divisibili per 3, la somma è divisibile per 9? {R. In generale è divisibile per 3 ma non per 9}
4. In quale caso il m.c.m. di due numeri coincide con il loro prodotto? {R. Solo quando i due numeri sono primi tra loro, cioè quando hanno M.C.D. uguale ad 1}
5. Se tra i divisori di un numero  $N$  contiamo anche 1 e lo stesso  $N$ , quanti sono i divisori di 16? {R. Sono 5, cioè 1, 2, 4, 8, 16}
6. Se il numero  $N$  è la potenza  $k$ -esima di un primo  $p$ , quanti sono i divisori di  $N$ ? {R.  $k + 1$ }
7. Se due numeri  $A$  e  $B$  hanno M.C.D. uguale a  $D$ , il numero  $A + B$  è divisibile per  $D$ ? {R. Sì}

## PROPRIETÀ DELLE POTENZE

8.  $2^{3^4}$  è uguale a  $2^{12}$ ,  $2^{81}$ , oppure  $8^4$ ? {R.  $2^{81}$ }
9. Calcolare  $\left(2^{-5} : \left(\frac{1}{2}\right)^4\right)^3 \cdot (2^2 + 3 \cdot 4^2 + 12)^{-3}$  {R.  $2^{-21}$ }
10. Calcolare  $\left(-\frac{3}{4}\right)^{10} : \left(-\frac{3}{4}\right)^4$  {R.  $\frac{729}{4096}$ }
11. Calcolare  $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{\left(\frac{2}{3}\right)^4 : \left(\frac{3}{2}\right)^2}$  {R.  $\frac{243}{32}$ }
12. Calcolare  $\frac{2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6}{2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4} + 2^{-5}}$  {R. 256}
13. Calcolare  $2^{2^2} \cdot 2^{2^3} \cdot 2^{-2^4} \cdot 2^{(-2)^2}$  {R. 1}
14. Senza utilizzare la calcolatrice, disporre in ordine crescente i tre numeri  $x = 85^{20}$ ,  $y = 3^{80}$ ,  $z = 2^{120}$  {R.  $z < y < x$ }
15. Senza utilizzare la calcolatrice, disporre in ordine crescente i tre numeri  $x = 11^{66}$ ,  $y = 5^{99}$ ,  $z = 123^{33}$  {R.  $x < z < y$ }

## RADICI AD INDICE INTERO POSITIVO - POTENZE AD ESPONENTE RAZIONALE

16. Calcolare  $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[12]{32}$  {R.  $2\sqrt{2}$ }
17. Calcolare  $\left(8 + 3 \cdot 7^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(8 - 3 \cdot 7^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(11^{\frac{1}{2}} + 3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(3 \cdot 3^{\frac{1}{2}} - 11^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}}$  {R. 3}
18. Calcolare  $2^{-3} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}}$  {R.  $\frac{\sqrt[6]{2}}{8}$ }

19. Calcolare  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 25^{-\frac{1}{3}} \cdot 125^{-\frac{1}{12}} \cdot (\sqrt[3]{5})^{\frac{5}{2}}$  {R.  $\sqrt[12]{3125}$ }

## OPERAZIONI CON MONOMI E POLINOMI

Eseguire i calcoli che seguono, utilizzando anche le regole sui prodotti notevoli quando occorre

20.  $(-3m^3 + 2m^2n - 4n^3) - (-3m^3 + mn^2 - 4n^3)$  {R.  $2m^2n - mn^2$ }
21.  $\left(\frac{1}{6}a^2b + \frac{2}{3}ab - \frac{5}{6}b - 1\right) - \left(\frac{1}{6}ab - \frac{3}{2} - \frac{4}{3}b - \frac{1}{3}a^2b\right)$  {R.  $\frac{1}{2}a^2b + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}$ }
22.  $(y - 1)(2y + 3) - 4(y^2 - 2y - 1) - (y + 1)(3 - 2y)$  {R.  $8y - 2$ }
23.  $3a(a^2 - 2a + 3) - (a - 2)(2a + 1) - 2(1 + 6a - 4a^2)$  {R.  $3a^3$ }
24.  $(a - 2b)^2 - (2a + b)^2 + 3(a + b)(a - b)$  {R.  $-8ab$ }
25.  $(2a + b)(2a - b)^3 - (2a - b)(2a + b)^3 + 8ab(2a + b)(2a - b)$  {R.  $0$ }
26.  $\left(\frac{2}{3}a - \frac{3}{2}b\right)^3 - \frac{2}{3}a\left(\frac{2}{3}a + b\right)\left(\frac{2}{3}a - b\right) + \frac{b}{8}(16a^2 + 27b^2)$  {R.  $\frac{31}{6}ab^2$ }
27.  $(2a^2 - 3a + 1)^2 - (2a^2 + 1)^2 - (3a - 1)^2 + 12(a + 1)(a^2 - a + 1)$  {R.  $11$ }

## DIVISIONI TRA POLINOMI

Quando è possibile, utilizzare anche la regola di Ruffini

28.  $(3x^4 - 8x^3 + 9x^2 - 2x - 7) : (x^2 - x - 1)$  {Quoziente:  $3x^2 - 5x + 7$ ; Resto:  $0$ }
29.  $(3a^4 - 10a^3 + 4a^2 + 1) : (3a^2 - a - 2)$  {Q:  $a^2 - 3a + 1$ ; R:  $-5a + 3$ }
30.  $(6m^3 + 5m^2 - 9m) : (3m - 2)$  {Q:  $2m^2 + 3m - 1$ ; R:  $-2$ }
31.  $(x^5 - 3x^2 + x + 5) : (x^2 - x + 1)$  {Q:  $x^3 + x^2 - 4$ ; R:  $-3x + 9$ }
32.  $\left(m^3 - \frac{37}{30}m^2 + \frac{7}{12}m - 1\right) : \left(\frac{4}{5}m^2 - \frac{2}{3}m + \frac{1}{5}\right)$  {Q:  $\frac{5}{4}m - \frac{1}{2}$ ; R:  $-\frac{9}{10}$ }
33.  $z^5 : (3z^2 + z + 2)$  {Q:  $\frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{9} - \frac{5}{27}z + \frac{11}{81}$ ; R:  $\frac{19}{81}z - \frac{22}{81}$ }
34.  $(5u^5 + 2u^4 + u^3 - 63u + 4) : (u + 2)$  {Q:  $5u^4 - 8u^3 + 17u^2 - 34u + 5$ ; R:  $-6$ }
35.  $(8x^6 - 17x^3 + 3) : \left(x - \frac{1}{2}\right)$  {Q:  $8x^5 + 4x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 8x - 4$ ; R:  $1$ }

## SCOMPOSIZIONI DI POLINOMI

Di seguito sono riportati esercizi di vario tipo, in cui occorre utilizzare uno o più metodi noti (raccoglimento a fattor comune, raccoglimento parziale, prodotti notevoli, regola di Ruffini, ecc.)

36.  $a^2b^2c - 2ab^3c + b^4c$  {R.  $b^2c(a - b)^2$ }
37.  $-30a^3b^3c^2d^4x^3 - 15a^4b^2cd^5y^3$  {R.  $-15a^3b^2cd^4(2bcx^3 + ady^3)$ }
38.  $81a^2 - 64b^4$  {R.  $(9a - 8b^2)(9a + 8b^2)$ }
39.  $100ax^3 - 36a^3x$  {R.  $4ax(5x - 3a)(5x + 3a)$ }
40.  $\frac{m^3}{216} - \frac{64}{27}a^6b^3c^9$  {R.  $\left(\frac{m}{6} - \frac{4}{3}a^2bc^2\right)\left(\frac{m^2}{36} + \frac{2}{9}a^2bc^2m + \frac{16}{9}a^4b^2c^4\right)$ }
41.  $96a^6b^{11}c^2 + 729abc^7$  {R.  $3abc^2(2ab^2 + 3c)(16a^4b^8 - 24a^3b^6c + 36a^2b^4c^2 - 54ab^2c^3 + 81c^4)$ }
42.  $63m^7n^2x^6 + 84m^6n^3x^3y^2 + 28m^5n^4y^4$  {R.  $7m^5n^2(3mx^3 + 2ny^2)^2$ }

43.  $-24a^2b^2 + 72ab^3 - 54b^4$  {R.  $-6b^2(2a - 3b)^2$ }
44.  $10x^2 - 12xy + 35xy - 42y^2$  {R.  $(5x - 6y)(2x + 7y)$ }
45.  $-3a^3 + 2b^2 - 2a^2b + 3ab$  {R.  $(3a + 2b)(b - a^2)$ }
46.  $18a^3b^2x + 8a^3xy^2 - 18ab^2x^3 - 8ax^3y^2$  {R.  $2ax(a + x)(a - x)(9b^2 + 4y^2)$ }
47.  $3a^2 - 3a + 2ab - 2b - ac + c$  {R.  $(a - 1)(3a + 2b - c)$ }
48.  $2a^2b^2c - 6ab^2cd + 4a^2bc^2 - 12abc^2d + 2a^2c^3 - 6ac^3d$  {R.  $2ac(b + c)^2(a - 3d)$ }
49.  $ax + bx + cx - ay - by - cy + a + b + c$  {R.  $(a + b + c)(x - y + 1)$ }
50.  $16x^5y^2z + 24x^4y^2z^2 - 3xy^5z^2 - 2x^2y^5z$  {R.  $xy^2z(2x + 3z)(2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2)$ }
51.  $a^3x^3 - 6a^2bx^2 + 12ab^2x - 8b^3$  {R.  $(ax - 2b)^3$ }
52.  $a^4b^2 - 2a^3b^3 + \frac{4}{3}a^2b^4 + \frac{8}{27}ab^5$  {R.  $ab^3\left(a - \frac{2b}{3}\right)^3$ }
53.  $3y - 3x^6y^5$  {R.  $3y(1 - x^3y^2)(1 + x^3y^2)$ }
54.  $625a^8 - 81b^4$  {R.  $(25a^4 - 9b^2)(5a^2 - 3b)(5a^2 + 3b)$ }
55.  $3pq^{10}r^{20} - 3072p$   
{R.  $3p(qr^2 - 2)(qr^2 + 2)(q^4r^8 + 2q^3r^6 + 4q^2r^4 + 8qr^2 + 16)(q^4r^8 - 2q^3r^6 + 4q^2r^4 - 8qr^2 + 16)$ }
56.  $4a^2 + \frac{b^2}{4} + c^2 - 2ab + 4ac - bc$  {R.  $\left(2a - \frac{b}{2} + c\right)^2$ }
57.  $8x^3 - 8 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$  {R.  $(2x + 3y - 2)(4x^2 + 12xy + 9y^2 + 4x + 6y + 4)$ }
58.  $x^3 - 3x^2 - 25x - 21$  {R.  $(x + 1)(x + 3)(x - 7)$ }
59.  $5x^4 - 16x^3 - 31x^2 + 78x + 72$  {R.  $(x + 2)(x - 3)^2(5x + 4)$ }
60.  $110x^3 + 79x^2 - 170x - 91$  {R.  $(2x + 1)(5x + 7)(11x - 13)$ }
61.  $x^3 - 39x^2 + 70$  {R.  $(x - 2)(x - 5)(x + 7)$ }
62.  $8x^3 - 12x^2 - 146x - 165$  {R.  $(2x + 3)(2x + 5)(2x - 11)$ }

### M.C.D. ED M.C.M. DI POLINOMI

Per ciascuna delle seguenti coppie o terne di polinomi, determinare il massimo comun divisore e il minimo comune multiplo (le risposte sono date in quest'ordine)

63.  $x^2 + x - 2, x^2 + 4x + 4$  {R.  $x + 2, (x - 1)(x + 2)^2$ }
64.  $x^3 + x^2, x^4 - 1, x^3 - x$  {R.  $x + 1, x^2(x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)$ }
65.  $a^3 - 8, a^2 + 2a + 4, a^3 - 2a^2$  {R.  $1, a^2(a - 2)(a^2 + 2a + 4)$ }
66.  $a^3 - 3a^2 + 3a - 1, a^3 + a^2 - a - 1, a^2 - 1$  {R.  $a - 1, (a + 1)^2(a - 1)^3$ }
67.  $2x^2 + 2xy^2 + 2z^2 + 4xy - 4xz - 4yz, x^2 + 2xy + y^2 - xz - yz$  {R.  $x + y - z, 2(x + y)(x + y - z)^2$ }

### OPERAZIONI CON FRAZIONI ALGEBRICHE

Semplificare le frazioni algebriche seguenti, supponendo verificate le necessarie condizioni di esistenza

68.  $\frac{1 - 4x^2}{1 + 4x + 4x^2}$  {R.  $\frac{1 - 2x}{1 + 2x}$ }
69.  $\frac{4x^2 + 8xy + 4y^2}{x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2}$  {R.  $\frac{4}{x + y}$ }
70.  $\frac{2xy - x^2 - y^2 + 25}{25 + y^2 + 10y - x^2}$  {R.  $\frac{5 + x - y}{5 + x + y}$ }
71.  $\frac{a^3 - a^5 - a}{a^5 - a^3 + a + a^4 - a^2 + 1}$  {R.  $-\frac{a}{a + 1}$ }

Eseguire i seguenti calcoli con frazioni algebriche

72.  $\frac{4}{xy} + \frac{1}{y} - \frac{x}{xy-2y^2} + \frac{2}{x-2y}$  {R.  $\frac{4}{xy}$ }
73.  $\frac{x-y}{x+y} - \frac{x+y}{x-y} + \frac{6xy}{x^2-y^2}$  {R.  $\frac{2xy}{x^2-y^2}$ }
74.  $\frac{3b^3-b^2-3b+1}{b+1-b^3-b^2} + \frac{3b}{b^2+2b+1} + b-1$  {R.  $\frac{b^2(b-2)}{(b+1)^2}$ }
75.  $\frac{x}{2x^2+3x+1} + \frac{x+1}{6x^2+5x+1} - \frac{2x}{3x^2+4x+1}$  {R.  $\frac{1}{(2x+1)(3x+1)}$ }
76.  $\frac{ax+1}{ax} \cdot \frac{a^2x^2-ax}{a^2x^2-1}$  {R. 1}
77.  $\frac{x^3+2x^2-9x-18}{5x^2y+5xy+5y} \cdot \frac{2x^3-2}{x^3-x^2-6x} \cdot \frac{5x^2y}{7-7x^2}$  {R.  $-\frac{2x(x+3)}{7(x+1)}$ }
78.  $\frac{a^2+ab+b^2}{a^2+2ab+b^2} \cdot \frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}$  {R.  $\frac{1}{a+b}$ }
79.  $\frac{x^2+4y^2+1-4xy-2x+4y}{y^2-x^2} \cdot \frac{6y-3x+3}{x-y}$  {R.  $\frac{x-1-2y}{3(x+y)}$ }
80.  $\frac{ax+ay+x+y}{ax-ay+x-y} \cdot \left( -\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} \right)$  {R.  $-\frac{(x+y)^2}{4xy}$ }
81.  $\left( \frac{a-1}{a+1} + \frac{a+1}{a-1} + \frac{a^2+1}{1-a^2} \right) \cdot \frac{a^3+a^2b-a-b}{a^3-a^2b+a-b} \cdot \frac{a-b}{a+b}$  {R. 1}
82.  $\left( \frac{2a^3+a^2b}{ab^2+b^3} - 2 + \frac{a^2+b^2}{ab} - \frac{2a^2-b^2}{b^2} - \frac{3ab+b^2}{a^2+ab} \right) \cdot \left( \frac{1}{3} + \frac{a}{3b} \right)$  {R. -1}
83.  $\left( \frac{1}{x+2y} - \frac{x}{x^2+4xy+4y^2} + \frac{12y^2-2x(x+y)}{(x-2y)(x^2+4xy+4y^2)} \right) \cdot \left( \frac{6y-x}{x^2-4y^2} + \frac{1}{2y-x} \right)$  {R. 1}
84.  $\left( \frac{2a+4}{3a-6} \cdot \left( \frac{8a}{a^2-4} + \frac{a^2+a-2}{a^2-3a+2} + \frac{a^2-a-2}{a^2+3a+2} \right) \right)^{-3} \cdot \frac{x^2-6x+8}{9}$  {R.  $3(x-4)(x-2)$ }
85.  $\frac{\left( \frac{x^2}{(2-x)^2} - \frac{2}{x-2} \right) \cdot \frac{16-x^4}{4+2x+x^2} \cdot \frac{1}{8+x^3} \cdot \frac{8-x^3}{4+x^2}}{\left( x+1+\frac{1}{x} \right) \cdot \left( x-1+\frac{1}{x} \right)}$  {R.  $\frac{x^2}{x^4+x^2+1}$ }
86.  $\frac{\left( \frac{1}{y^2-y} - \frac{2y}{y-1} + \frac{1}{y} \right) \cdot \left( \frac{1}{1-2y} - \frac{1}{1+2y} \right) \cdot \left( \frac{y^2}{2y-1} - 1 \right)}{\left( \frac{2}{25-y^2} - \frac{y}{5-y} + \frac{y}{5+y} \right) \cdot \left( \frac{3}{1-y} + \frac{2}{1+y} \right)}$  {R.  $\frac{2y(y-1)(5-y)}{4y^2-1}$ }
87.  $\frac{\left( \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) \cdot \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) - \frac{y}{x+y} \right)^2 + \frac{2y}{x+y} - \frac{x^2+xy+y^2}{x^2+y^2+2xy}}{\left( \frac{3}{x-y} - \frac{2}{x+y} \right) \cdot \left( \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} \right) + \frac{x}{2y}}$  {R.  $-\frac{x+y}{20y^2}$ }

**EQUAZIONI DI PRIMO GRADO INTERE**

88.  $5(x+4) - (2x+1) + 2(3-4x) = x+1$  {R.  $x = \frac{13}{3}$ }
89.  $3(2x+1) - 2(3x+1) = 4x-3 - 4(x-1)$  {R. *identità*}
90.  $\frac{x-1}{4} - \frac{x-5}{32} + \frac{15-2x}{40} = \frac{9-x}{2} - \frac{7}{8}$  {R.  $x = 5$ }
91.  $\frac{x-1}{4} - \frac{x-5}{32} + \frac{15-2x}{40} = \frac{9-x}{2} - \frac{7}{8}$  {R.  $x = 5$ }
92.  $\frac{x+1}{2} = x - \frac{2x+3}{4}$  {R. *assurda*}
93.  $\frac{\frac{3-x}{2} - \frac{2-x}{3}}{\frac{5}{6}} = -1 - \frac{\frac{x}{2} - \frac{x}{3}}{-\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}$  {R.  $x = 5$ }
94.  $\frac{\frac{1}{5} - 3x}{2 - \frac{1}{5}} + (-1)^3 \frac{5x - \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} + 2} = \left(-\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{15}{7} - 2 - \frac{15}{7}x\right)$  {R. *identità*}
95.  $\left(\frac{y - \frac{1}{2}}{1 + \frac{3}{2}} - \frac{y + \frac{3}{2}}{1 - \frac{5}{2}}\right) \cdot \left(9 - \frac{43}{5}\right)^{-1} = \frac{9-3y}{2 - \frac{1}{3}} \left((60:3) \cdot \frac{1}{2}\right)$  {R.  $x = \frac{78}{31}$ }
96.  $(x+1)^2 - (x-3)(x+2) + x\left(2 - \frac{3}{4}\right) + \frac{1}{4} = \frac{3(6x+2) + 20}{4}$  {R.  $x = 3$ }
97.  $\frac{33}{10} = 3 - \frac{3(2x-5)^2}{20} + \frac{3(2x-1)^2}{1 + \frac{1}{4}} + \left(\frac{3}{2} - 3x\right)\left(\frac{1}{2} + x\right) : \left(1 - \frac{2}{3}\right)$  {R.  $x = \frac{1}{11}$ }

**EQUAZIONI DI PRIMO GRADO FRATTE**

98.  $\frac{7x-4}{5x} = \frac{9}{5} - \frac{4}{x}$  {R.  $x = 8$ }
99.  $\frac{1}{x^2-1} - \frac{3}{x^3+x^2} + \frac{3}{x^3-x^2} = \frac{x^2+6}{x^4-x^2}$  {R. *identità, per  $x \notin \{-1, 0, 1\}$* }
100.  $\frac{2x-1}{x+1} - 1 = \frac{x+2}{x-2}$  {R.  $x = \frac{2}{7}$ }
101.  $\frac{2}{x+1} - \frac{3}{x-2} + \frac{1}{x+3} = \frac{15}{(1-x)(x^2+x-6)}$  {R. *assurda*}
102.  $\frac{3x-3}{5x+3} = \frac{3x+6}{5x-1}$  {R.  $x = -\frac{5}{19}$ }
103.  $2 - \frac{4x}{2x-1} = -\frac{9}{2(x+1)}$  {R.  $x = \frac{13}{14}$ }
104.  $1 - \frac{\frac{2}{5}x - \frac{1}{4}}{\frac{3}{2} - x} = \frac{1}{10} - \frac{\frac{x}{4} + \frac{1}{2}}{\frac{3}{2} - x}$  {R.  $x = 2$ }

105.  $\frac{x+1}{x^2} - \frac{x-3}{x^3+1} + \frac{1}{x} = \frac{2}{x+1} + \frac{2x-1}{x^3-x^2+x}$   $\{R. x = -\frac{1}{3}\}$
106.  $\frac{4x^2+x-17}{x^3+2x^2-4x-8} + \frac{3}{x^2+4x+4} = \frac{4}{x+2} - \frac{2}{x^2-4}$   $\{R. x = \frac{1}{2}\}$
107.  $\frac{1}{1 - \frac{x}{x-1 + \frac{2x^2-6x}{x^2-2x+6}}} = \frac{x^3-x^2}{x^2-4x-6}$   $\{R. x = 3\}$
108.  $\frac{5}{x-3} + \frac{4}{x+6} = \frac{4}{x-4} - \frac{5}{x+5}$   $\{R. \text{assurda}\}$
109.  $\frac{5}{x+2} - \frac{2x+9}{x^2+5x+6} = \frac{3}{x+3}$   $\{R. \text{identità, per } x \notin \{-3, -2\}\}$

### DISEQUAZIONI DI PRIMO GRADO INTERE

110.  $2(3x+1) + 3(4x+5) > 4(5x+1) - 2(3x+7)$   $\{R. x > -\frac{27}{4}\}$
111.  $(2x-1)^2 > (2x+1)^2 - 8$   $\{R. x < 1\}$
112.  $3x - \frac{3}{4}x < 18$   $\{R. x < 8\}$
113.  $\frac{11}{8}(6x-1) + 2x > \frac{3}{2}\left(x - \frac{1}{4}\right) + 11x$   $\{R. x < -\frac{4}{9}\}$
114.  $\frac{x}{2} + 3(x-6) - x + 1 > \frac{5(x-7)}{2}$   $\{R. \text{sempre verificata}\}$
115.  $\frac{x+2}{3} - \frac{x+5}{6} < \frac{x+4}{5} - \frac{x+3}{4}$   $\{R. x < 1\}$
116.  $\frac{x+2}{4} + \frac{(x+1)^2}{16} < \frac{(x-1)^2}{16} + \frac{x+1}{2}$   $\{R. \text{mai verificata}\}$
117.  $3x + \frac{20}{3} < 2\left(\frac{29}{12} - \left(2(x-1) - 3\left(x - \frac{1}{4}\right)\right)\right)$   $\{R. x < \frac{2}{3}\}$
118.  $\frac{9x+1}{4} + \frac{15x+1}{6} + \frac{3x+1}{2} < 15x - \frac{6x+1}{3} - \frac{12x+1}{5}$   $\{R. x > \frac{1}{3}\}$
119.  $\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{37}{9} - \frac{3x-1}{6} > 10x(x-1) - (1+3x)^2$   $\{R. x > -\frac{1}{3}\}$
120.  $(x^2+x-1)^2 - (x^2-x-1)^2 > 4x^3$   $\{R. x < 0\}$
121.  $(x-1)(x-2)(x-3) + 3x^2 > (x-1)^3 + 1$   $\{R. x > \frac{3}{4}\}$
122.  $\frac{2x+9}{4} + \frac{4-x}{6} < \frac{1-3x}{4} + \frac{7x-2}{6}$   $\{R. x > 36\}$
123.  $\left(\left(\frac{3x-2}{3} + \frac{3-2x}{2}\right)^2 : \frac{5}{12} + \frac{x-4}{3}\right)^2 < \left(\frac{x-4}{3}\right)^2 - 1$   $\{R. x < \frac{3}{5}\}$

**DISEQUAZIONI DI PRIMO GRADO FRATTE**

$$124. \frac{x-2}{3-x} < 0 \quad \{R. x < 2 \vee x > 3\}$$

$$125. \frac{3x-8}{3} \geq \frac{x^2-2}{x+1} \quad \{R. -1 < x < -\frac{2}{5}\}$$

$$126. 1 + \frac{x}{4} > \frac{x^2-x+1}{4x-3} \quad \{R. x < \frac{3}{4} \vee x > \frac{16}{17}\}$$

$$127. \frac{2x-3}{x-2} - 1 < \frac{x}{2x-4} + \frac{3x+1}{2-x} \quad \{R. 0 < x < 2\}$$

$$128. \frac{6x+6}{9-x^2} + \frac{2}{x+3} > \frac{3}{3-x} \quad \{R. x < -3 \vee -3 < x < 3\}$$

$$129. \frac{1}{3} - \frac{x}{6x+12} + \frac{x}{3x+6} < \frac{3x^2+8}{6x^2+24x+24} \quad \{R. x < -2 \vee -2 < x < 0\}$$

$$130. \frac{4-(9-2x)^2}{7x-x^2} - \frac{3}{x-7} + \frac{1}{x} < 4 \quad \{R. 0 < x < 7 \vee x > 7\}$$

$$131. \frac{2x+5}{x^2-4x+3} - \frac{x+1}{x^2-5x+6} < \frac{x+3}{x^2-3x+2} \quad \{R. 0 < x < 1 \vee 2 < x < 3\}$$

$$132. \frac{2 - \frac{1}{3+x}}{2 + \frac{1}{3+x}} < 0 \quad \{R. -\frac{7}{2} < x < -3 \vee -3 < x < -\frac{5}{2}\}$$

$$133. \frac{2 + \frac{x-1}{x+1}}{x - \frac{(x-1)^2}{x+1}} \geq 0 \quad \{R. x \neq -1\}$$

**SISTEMI DI DISEQUAZIONI DI PRIMO GRADO (interi e fratte)**

$$134. \begin{cases} 2(5x+3) + 7(4x+1) < 2x+19 \\ 3(2x+7) + 8(x+14) > x+3 \end{cases} \quad \{R. -10 < x < \frac{5}{9}\}$$

$$135. \begin{cases} 2(x-1) + 3(2x+3) < 1-x \\ 3(x+2) - 2(3x+1) < 2x \end{cases} \quad \{R. \text{ assurdo}\}$$

$$136. \begin{cases} \frac{x+3}{2} - \frac{x+1}{4} < \frac{x}{2} - 3 \\ \frac{4+2x}{3} + \frac{4-3x}{3} < \frac{1+x}{2} - 1 \end{cases} \quad \{R. x > 17\}$$

$$137. \begin{cases} \frac{2(x+1)}{5} - \frac{x-1}{3} > \frac{1}{15} + x \\ \frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(2x-1)^2}{16} > \frac{1}{8} \\ \frac{1}{3}(2(x+1) - (x-3)^2) > \frac{1}{2}\left(3(x-1) - \frac{2}{3}(x+1)^2\right) \end{cases} \quad \{R. \frac{3}{11} < x < \frac{5}{7}\}$$

$$138. \begin{cases} (5-2x)^2 - (x-3)(x^2+1) > (2-x)^3 - x(1-x) \\ \frac{3x+2}{5} - \frac{4x-1}{10} + \frac{5x-2}{8} > \frac{x+1}{4} \\ 2\left(3\left(x-1+\frac{1}{2}(x+3)^2\right)-1\right) > x(2x-1)+44 \end{cases} \quad \{R. 1 < x < \frac{5}{2}\}$$

$$139. \begin{cases} \frac{5}{x^2+x} - \frac{4}{x^2-1} > \frac{1}{x-x^2} \\ \frac{1}{x^2+4x+4} - \frac{2}{x^2-4} < \frac{2}{(x-2)(x^2+4x+4)} - \frac{1}{x^2-2x} \end{cases} \quad \{R. 0 < x < 1 \vee x > 2\}$$

$$140. \begin{cases} \frac{3}{x^3+6x^2+9x} + \frac{21}{x^4+6x^3+9x^2} + \frac{9}{x^3+3x^2} + \frac{4}{x^2+6x+9} > \frac{4}{x^2} \\ \frac{x+1}{x^2+3x} - \frac{1}{x^2-9} > \frac{2}{3x^2-x^3} - \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^3+3x^2} \end{cases} \quad \{R. -3 < x < 0 \vee 0 < x < 1\}$$

### SISTEMI DI EQUAZIONI DI PRIMO GRADO

Nota: le soluzioni sono rappresentate come coppie (o sequenze più lunghe) ordinate; perciò ad esempio  $(4, 3)$  va inteso come " $x = 4, y = 3$ ",  $(1, -1, 3)$  va inteso come " $x = 1, y = -1, z = 3$ ", e così via.

$$141. \begin{cases} 7x + y = 31 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases} \quad \{R. (4, 3)\}$$

$$142. \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = -3 \end{cases} \quad \{R. \text{ assurdo}\}$$

$$143. \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ x + 4y = -\frac{5}{3} \end{cases} \quad \{R. \left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}\right)\}$$

$$144. \begin{cases} 4x + y = 5x - y + 1 \\ 3x - y = x + 3y - 2 \end{cases} \quad \{R. \text{ indeterminato}\}$$

$$145. \begin{cases} \frac{x+1}{2} + \frac{y-1}{4} = \frac{3}{2} \\ \frac{x+1}{4} - \frac{y-1}{2} = \frac{3}{4} \end{cases} \quad \{R. (2, 1)\}$$

$$146. \begin{cases} \frac{(2x+y)^2}{16} - \frac{(x+3)(y-3)}{4} = \frac{4x^2+y^2+24}{16} \\ \frac{(2x-1)(y+3)}{2} - \frac{(2x+1)(2y-3)}{4} = \frac{7}{4} \end{cases} \quad \{R. (1, 2)\}$$

$$147. \begin{cases} \frac{1}{3}\left(x + y(x+y) - \frac{5}{2}\right) - \frac{1+2xy+2y^2}{6} = \frac{x-y}{3} \\ \frac{1}{4}\left((2x-1)^2 + \frac{1}{2}(y-3)\right) = x^2 - \frac{3}{4} \end{cases} \quad \{R. (1, 3)\}$$

$$148. \begin{cases} y^2\left(x + \frac{1}{y} + \frac{1}{y^2}\right) = \frac{3xy^2 + 2x + 4y}{3} \\ x^2\left(y - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right) = \frac{4x^2y - 7x - y}{4} \end{cases} \quad \{R. (1, 1)\}$$



149. 
$$\begin{cases} \frac{y}{x-y} + \frac{x}{y-x} = \frac{1}{3} \\ \frac{x}{2x-y} - \frac{y}{y-2x} = \frac{1}{5} \end{cases} \quad \{R. \textit{ indeterminato}\}$$
150. 
$$\begin{cases} \frac{2x}{x+y-1} - \frac{y+3}{x} = \frac{2x^2 - y(x+y) - 12}{x^2 + xy - x} \\ (x-3)^2 + (y+1)^2 = (x+y)^2 - 2(xy+1) \end{cases} \quad \{R. (3, 3)\}$$
151. 
$$\begin{cases} 4x+3y-2z=-5 \\ 3x-2y+4z=17 \\ 2x-4y-3z=-3 \end{cases} \quad \{R. (1, -1, 3)\}$$
152. 
$$\begin{cases} x-2y+3z=5 \\ 2x+y-2z=-9 \\ 21x-2y-z=-47 \end{cases} \quad \{R. \textit{ indeterminato}\}$$
153. 
$$\begin{cases} x+2y+3z=6 \\ 3x+2y+z=6 \\ y+2z=6 \end{cases} \quad \{R. \textit{ assurdo}\}$$
154. 
$$\begin{cases} 2x+y-z+4t=1 \\ 2x-3y-z-5t=-16 \\ 3x-3y+2z-2t=-5 \\ 28x-33z=-127 \end{cases} \quad \{R. (-1, 2, 3, 1)\}$$
155. 
$$\begin{cases} \frac{2x-1}{2} + \frac{3y-4}{3} + \frac{4z-3}{4} = \frac{41}{12} \\ \frac{x+y}{2} - \frac{x-z}{4} + \frac{y+z}{6} = \frac{8}{3} \\ \frac{x+2y+7}{5} - \frac{y+z-4}{2} = \frac{13}{5} \end{cases} \quad \{R. (2, 2, 2)\}$$
156. 
$$\begin{cases} \frac{1}{(x-1)(y-1)} + \frac{1}{(y-1)(z-1)} + \frac{1}{(x-1)(z-1)} = \frac{2}{(1-x)(1-y)(1-z)} \\ 2(x-y-z) + 3(x-y+z) = 9 \\ \frac{1}{2}(x-y) + \frac{1}{3}(z-x-3y) = 0 \end{cases} \quad \{R. (2, 0, -1)\}$$
157. 
$$\begin{cases} \frac{1}{2x} - \frac{3}{x(z-y)} = \frac{x+3}{x(y-z)} \\ \frac{1}{2}(2x+1) - \frac{1}{4}(y+3) - \frac{1}{6}(3z-1) = \frac{7}{6} \\ (2x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 4x^2 + y^2 + z^2 + 3 \end{cases} \quad \{R. (1, 1, -1)\}$$

**RADICALI ALGEBRICI**

Semplificare indici ed esponenti (qui e negli esercizi successivi, tenere sempre presente il fatto che le lettere indicano numeri **reali**)

158.  $\sqrt[9]{x^{15}}$  {R.  $\sqrt[3]{x^5}$ }      159.  $\sqrt[18]{(2x-1)^8}$  {R.  $\sqrt[9]{(2x-1)^4}$ }
160.  $\sqrt[18]{(2x+3)^{15}}$  {R.  $\sqrt[6]{(2x+3)^5}$ , con la condizione  $x \geq -\frac{3}{2}$ }
161.  $\sqrt[20]{(x+13)^{22}}$  {R.  $\sqrt[10]{|x+13|^{11}}$ }      162.  $\sqrt[8]{x^4 - 2x^5 + x^6}$  {R.  $\sqrt[4]{x^2|x-1|}$ }
163.  $\sqrt[6]{\frac{(x+1)^3}{x^3(x-1)^3}}$  {R.  $\sqrt{\frac{x+1}{x(x-1)}}$ , con la condizione  $-1 \leq x < 0 \vee x > 1$ }
164.  $\sqrt[8]{9x^2 - 12xy + 4y^2}$  {R.  $\sqrt[4]{|3x-2y|}$ }      165.  $\sqrt[21]{\frac{x^{35}}{y^{63}z^{77}}}$  {R.  $\sqrt[3]{\frac{x^5}{y^9z^{11}}}$ , con  $y \neq 0 \wedge z \neq 0$ }
166.  $\sqrt[4]{\frac{x^3+1}{x+1}} + 3x$  {R.  $\sqrt{|x+1|}$ , con la condizione  $x \neq -1$ }

Trasformare il radicale in un altro radicale avente indice assegnato (ad esempio,  $\sqrt[3]{x^2}$  con indice 6 diventa  $\sqrt[6]{x^4}$ )

167.  $\sqrt[5]{x^7} \rightarrow$  indice 25 {R.  $\sqrt[25]{x^{35}}$ }      168.  $\sqrt{y} \rightarrow$  indice 6 {R.  $\sqrt[6]{y^3}$ , con  $y \geq 0$ }
169.  $\sqrt{a-1} \rightarrow$  indice 8 {R.  $\sqrt[8]{(a-1)^4}$ , con  $a \geq 1$ }
170.  $\sqrt[5]{(2x-7)^3} \rightarrow$  indice 10 {R.  $\sqrt[10]{(2x-7)^6}$  per  $x \geq \frac{7}{2}$ ,  $-\sqrt[10]{(2x-7)^6}$  per  $x \leq \frac{7}{2}$ }
171.  $\sqrt[10]{\frac{2a+3}{a^4}} \rightarrow$  indice 20 {R.  $\sqrt[20]{\frac{(2a+3)^2}{a^8}}$ , con  $a \geq -\frac{3}{2} \wedge a \neq 0$ }
172.  $\sqrt[7]{ab^2c^3} \rightarrow$  indice 14 {R.  $\sqrt[14]{a^2b^4c^6}$  se  $ac \geq 0$ ,  $-\sqrt[14]{a^2b^4c^6}$ , se  $ac \leq 0$ }

Trasportare tutti i fattori possibili fuori dal segno di radice

173.  $\sqrt{a^2b}$  {R.  $|a|\sqrt{b}$ , con  $b \geq 0$ }      174.  $\sqrt[3]{x^4 - 3x^3 + 3x^2 - x}$  {R.  $(x-1)\sqrt[3]{x}$ }
175.  $\sqrt{(2x+7)(x-5)^6}$  {R.  $|x-5|^3\sqrt{2x+7}$ , con  $x \geq -\frac{7}{2}$ }
176.  $\sqrt{m^3n^2}$  {R.  $m|n|\sqrt{m}$ , con  $m \geq 0$ }      177.  $\sqrt[5]{a^2b^5c^{11}d^{20}e^{35}}$  {R.  $bc^2d^4e^7\sqrt[5]{a^2c}$ }
178.  $\sqrt[5]{x^7 - 10x^6 + 40x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 32x^2}$  {R.  $(x-2)\sqrt[5]{x^2}$ }

Eseguire addizioni e sottrazioni

179.  $\sqrt{8} + \sqrt{2} + \sqrt{18}$  {R.  $6\sqrt{2}$ }      180.  $\sqrt{28} - \sqrt{7} + \sqrt{63}$  {R.  $4\sqrt{7}$ }
181.  $\sqrt{20} + \sqrt{50} + \sqrt{80}$  {R.  $6\sqrt{5} + 5\sqrt{2}$ }      182.  $\sqrt{200} - \sqrt{300} + \sqrt{800}$  {R.  $30\sqrt{2} - 10\sqrt{3}$ }
183.  $\sqrt{2a^2 - 4a + 2} + \sqrt{2}$  {R.  $a\sqrt{2}$  per  $a \geq 1$ ,  $(2-a)\sqrt{2}$  per  $a \leq 1$ }

184.  $\sqrt{2x^2 - 12x + 18} - \sqrt{2x^2}$  {R.  $3\sqrt{2}$  per  $x \leq 0$ ,  $(3-2x)\sqrt{2}$  per  $0 \leq x \leq 2$ ,  $-3\sqrt{2}$  per  $x \geq 2$ }
185.  $\sqrt{x^3 + 2x^2 + x} + \sqrt{x^3 + 4x^2 + 4x}$  {R.  $(2x+3)\sqrt{x}$ , con  $x \geq 0$ }
186.  $\sqrt{x^3 - x^2} - \sqrt{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}$  {R.  $2(x-1)\sqrt{x-1}$  per  $1 \leq x \leq 2$ ,  $2\sqrt{x-1}$  per  $x \geq 2$ }
187.  $\sqrt{x^3 + x^2} - \sqrt{x^3 - 3x^2 + 4}$   
 {R.  $-2\sqrt{x+1}$  per  $-1 \leq x \leq 0$ ,  $2(x-1)\sqrt{x+1}$  per  $0 \leq x \leq 2$ ,  $2\sqrt{x+1}$  per  $x \geq 2$ }

Eeguire moltiplicazioni e divisioni

188.  $\sqrt{\frac{1}{a}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a^2}} \cdot \sqrt[6]{a^5}$  {R.  $\sqrt[3]{\frac{1}{a}}$ , con  $a > 0$ }
189.  $\sqrt{\frac{a^2}{a-1}} \cdot \sqrt[4]{\frac{2a^2 - 2a + 1}{a^2 - a} - \frac{a}{a-1}}$  {R.  $\sqrt[4]{\frac{a^5}{a-1}}$ , con  $a < 0 \vee a > 1$ }
190.  $\sqrt{x-2} \cdot \sqrt[4]{\frac{1-x}{x-2}}$  {R. operazione assurda}
191.  $\sqrt[3]{\frac{(x-1)^6}{x^2}} \cdot \sqrt{\frac{2x+1}{x-1}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2}{x-1}} \cdot \frac{1}{\sqrt[6]{x^2(x-1)^3(2x+1)}}$   
 {R.  $-\sqrt[3]{\frac{(2x+1)(x-1)^2}{x}}$  per  $x < -\frac{1}{2}$ ,  $\sqrt[3]{\frac{(2x+1)(x-1)^2}{x}}$  per  $x > 1$ }
192.  $\sqrt[6]{\frac{2}{x} + \frac{x}{2}} : \sqrt{\frac{16-x^4}{8x-2x^3}}$  {R.  $\sqrt[3]{\frac{2x}{4+x^2}}$  per  $0 < x < 2 \vee x > 2$ }
193.  $\left( \sqrt[6]{\frac{x-2}{x^2-25}} \cdot \sqrt[3]{x^2-10x+25} \right) : \left( \sqrt[3]{\frac{x+5}{x-2}} \cdot \sqrt{\frac{x^2-7x+10}{x+5}} \right)$  {R.  $-1$  per  $-5 < x < 2$ ,  $1$  per  $x > 5$ }

## RAZIONALIZZAZIONE DI FRAZIONI

194.  $\frac{3}{\sqrt{12}}$  {R.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ }
195.  $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{12}}$  {R.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ }
196.  $\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$  {R.  $\sqrt[3]{9}$ }
197.  $\frac{10}{\sqrt[3]{25}}$  {R.  $2\sqrt[3]{5}$ }
198.  $\frac{3}{\sqrt[4]{432}}$  {R.  $\frac{\sqrt[4]{3}}{2}$ }
199.  $\frac{5}{\sqrt[4]{20}}$  {R.  $\frac{\sqrt[4]{500}}{2}$ }
200.  $\frac{1}{3-\sqrt{2}}$  {R.  $\frac{3+\sqrt{2}}{7}$ }
201.  $\frac{11}{3+2\sqrt{5}}$  {R.  $2\sqrt{5}-3$ }
202.  $\frac{5-\sqrt{7}}{4+\sqrt{7}}$  {R.  $3-\sqrt{7}$ }
203.  $\frac{3+2\sqrt{13}}{4+3\sqrt{13}}$  {R.  $\frac{66+\sqrt{13}}{101}$ }
204.  $\frac{1}{\sqrt{11}-\sqrt{7}}$  {R.  $\frac{\sqrt{11}+\sqrt{7}}{4}$ }
205.  $\frac{20}{\sqrt{72}+\sqrt{192}}$  {R.  $\frac{4\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{3}$ }
206.  $\frac{1}{2+\sqrt[3]{3}}$  {R.  $\frac{4-2\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}{5}$ }
207.  $\frac{1}{5-2\sqrt[3]{3}}$  {R.  $\frac{25+10\sqrt[3]{3}+4\sqrt[3]{9}}{101}$ }
208.  $\frac{\sqrt[3]{7}+1}{\sqrt[3]{7}-1}$  {R.  $\frac{4+\sqrt[3]{7}+\sqrt[3]{49}}{3}$ }
209.  $\frac{2\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{2}}{2\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{2}}$  {R.  $\frac{19+2\sqrt[3]{20}-4\sqrt[3]{50}}{21}$ }

**RADICALI DOPPI**

210.  $\sqrt{15+\sqrt{216}}$  {R.  $3+\sqrt{6}$ }

211.  $\sqrt{5-\sqrt{21}}$  {R.  $\frac{\sqrt{14}-\sqrt{6}}{2}$ }

212.  $\sqrt{16+4\sqrt{15}}$  {R.  $\sqrt{10}+\sqrt{6}$ }

213.  $\sqrt{32-\sqrt{583}}$  {R.  $\frac{\sqrt{106}-\sqrt{22}}{2}$ }

214.  $\sqrt{\frac{61}{144}+\frac{\sqrt{5}}{6}}$  {R.  $\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{5}}{4}$ }

215.  $\sqrt{270+100\sqrt{2}}$  {R.  $5\sqrt{10}+2\sqrt{5}$ }

**EQUAZIONI DI SECONDO GRADO**

216.  $(x-2)^2 = 4(1-x)$  {R.  $x_1 = x_2 = 0$ }

217.  $\frac{2x^2-3x+2}{2} - \frac{x^2+x+3}{3} = \frac{x(x-11)}{6}$  {R.  $x_1 = x_2 = 0$ }

218.  $\frac{(x-1)^2}{2} - \frac{3+x}{6} = \frac{x^2-2}{4} + \frac{1}{2}(3x+1)$  {R.  $x_1 = 0, x_2 = \frac{32}{3}$ }

219.  $\frac{2x^2-1}{x^3-1} + \frac{x+1}{x^2+x+1} + \frac{2}{x-1} = 0$  {R.  $x_1 = -\frac{2}{5}, x_2 = 0$ }

220.  $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x+4} = 1$  {R.  $x_{1,2} = \pm 2$ }

221.  $(x+1)^2 - (x-2)^2 = (x+3)^2 + x^2 - 20$  {R.  $\pm 2$ }

222.  $\frac{x}{x-3} - \frac{1}{x+3} = \frac{2x+1}{x^2-9}$  {R. nessuna radice reale}

223.  $(8-x)(8+3x) - 4(x-4)^2 = 20 - (6-3x)^2$  {R.  $-4; -2$ }

224.  $\frac{(x+1)(x-1)}{2} + \frac{x+3}{3} = \frac{x^2+1}{4} + \frac{4x^2+x+5}{12}$  {R.  $1; 2$ }

225.  $x^2 + (\sqrt{2}-1)x + \sqrt{2} - 4 = 0$  {R.  $\sqrt{2}, 1-2\sqrt{2}$ }

226.  $\frac{x-3}{x^2-x} - \frac{x+3}{x^2+x} = \frac{x-4}{x^2-1}$  {R. assurda}

227.  $\frac{x-2}{x-1} = \frac{x^2}{x^2-3x+2} - \frac{x-1}{2-x}$  {R.  $-3$ }

228.  $\frac{x^2-3x+2}{7x+17} = \sqrt{7}$  {R.  $\frac{5-\sqrt{7}}{3}, \frac{-2+3\sqrt{7}}{2}$ }

229.  $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(2x-1)^2}{16} = \frac{35}{16}$  {R.  $0$ }

230.  $\frac{5}{3x-9} - \frac{2}{3x} = \frac{x+1}{x} - \frac{x+2}{x-3} + \frac{1}{x}$  {R.  $-2$ }

231.  $\frac{x-4}{2x-7} = \frac{7}{3} - \frac{x-3}{6-x}$  {R.  $\frac{57}{17}; 5$ }

232.  $\frac{x}{2x+2} + \frac{x-2}{1-x^2} + \frac{1}{2x+2} = 0$  {R. nessuna radice reale}

233.  $\frac{3x+11}{x+1} + \frac{2x-3}{2-x} + \frac{1+x}{1-x} = 0$  {R.  $\frac{7}{5}; 3$ }

$$234. \frac{1 - \frac{x+1}{1 - \frac{1}{x+3}}}{\frac{x-3}{x+2}} = \frac{2x+5}{x-3} \quad \{R. \text{ assurda} \}$$

### ALTRI PROBLEMI SULLE EQUAZIONI DI SECONDO GRADO

Scrivere un'equazione avente le radici assegnate

$$235. x_1 = 4, x_2 = 7 \quad \{R. x^2 - 11x + 28 = 0\} \quad 236. x_1 = 12, x_2 = -1 \quad \{R. x^2 - 11x - 12 = 0\}$$

$$237. x_1 = \frac{3}{4}, x_2 = \frac{5}{8} \quad \{R. 32x^2 - 44x + 15 = 0\} \quad 238. x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{45}{16} \quad \{R. 32x^2 - 74x - 45 = 0\}$$

$$239. x_1 = \sqrt{6}, x_2 = 4 + \sqrt{6} \quad \{R. x^2 - 2(2 + \sqrt{6})x + 2(3 + 2\sqrt{6}) = 0\}$$

$$240. x_1 = 5 - \sqrt{11}, x_2 = 5 + \sqrt{11} \quad \{R. x^2 - 10x + 14 = 0\}$$

$$241. x_1 = \frac{7 - 3\sqrt{13}}{8}, x_2 = \frac{7 + 3\sqrt{13}}{8} \quad \{R. 16x^2 - 28x - 17 = 0\}$$

$$242. x_1 = 2 + \sqrt{2}, x_2 = 7 - 3\sqrt{2} \quad \{R. x^2 + (2\sqrt{2} - 9)x + (8 + \sqrt{2}) = 0\}$$

$$243. x_1 = \frac{6 + 13\sqrt{10}}{4}, x_2 = \frac{12 + 13\sqrt{10}}{8} \quad \{R. 16x^2 - 2(24 + 39\sqrt{10})x + (881 + 117\sqrt{10}) = 0\}$$

Determinare i due numeri reali di cui sono assegnati somma e prodotto

$$244. s = 24, p = 143 \quad \{R. 11 \text{ e } 13\} \quad 245. s = -3, p = -70 \quad \{R. 7 \text{ e } -10\}$$

$$246. s = \frac{11}{4}, p = \frac{15}{8} \quad \{R. \frac{3}{2} \text{ e } \frac{5}{4}\} \quad 247. s = -\frac{5}{4}, p = -\frac{3}{2} \quad \{R. -2 \text{ e } \frac{3}{4}\}$$

$$248. s = 7, p = 8 \quad \{R. \frac{7 - \sqrt{17}}{2} \text{ e } \frac{7 + \sqrt{17}}{2}\}$$

$$249. s = \frac{13}{4}, p = -\frac{39}{16} \quad \{R. \frac{13 - 5\sqrt{13}}{8} \text{ e } \frac{13 + 5\sqrt{13}}{8}\}$$

$$250. s = 4, p = 9 \quad \{R. \text{ non esistono soluzioni reali}\}$$

$$251. s = 4, p = -9 \quad \{R. 2 - \sqrt{11} \text{ e } 2 + \sqrt{11}\}$$

$$252. s = \frac{3}{10}(2 + \sqrt{7}), p = \frac{14 + 3\sqrt{7}}{50} \quad \{R. \frac{\sqrt{7}}{10} \text{ e } \frac{3 + 2\sqrt{7}}{5}\}$$

$$253. s = \frac{2\sqrt{2}}{15}, p = \frac{11}{225} \quad \{R. \text{ non esistono soluzioni reali}\}$$

Risolvere i seguenti problemi sulle equazioni parametriche

$$254. \text{ Per quali valori del parametro } k \text{ l'equazione } x^2 - 8x + (11 - k) = 0 \text{ ha radici reali? } \{R. k \geq -5\}$$

$$255. \text{ Per quali valori del parametro } k \text{ l'equazione } (k + 4)x^2 - 2(k + 3)x + (k + 2) = 0 \text{ ha radici reali? } \{R. \text{ per ogni } k\}$$

$$256. \text{ Per quale valore del parametro } k \text{ la somma delle radici dell'equazione } (3k + 5)x^2 + 8x + (k + 1) = 0 \text{ è uguale ad } 1? \{R. k = -3\}$$

$$257. \text{ Per quale valore del parametro } k \text{ il prodotto delle radici dell'equazione } (2k - 5)x^2 + kx + (10 - 4k) = 0 \text{ è uguale a } 6? \{R. \text{ per nessun } k: \text{ il prodotto delle radici è } -2, \text{ comunque si scelga } k\}$$

258. Per quale valore del parametro  $k$  le radici dell'equazione  $x^2 + (2k - 1)x + (7 - 3k) = 0$  sono reciproche?  $\{R. k = 2\}$
259. Per quale valore del parametro  $k$  le radici dell'equazione  $x^2 + (2k - 1)x + (7 - 3k) = 0$  sono antireciproche?  $\{R. k = \frac{8}{3}\}$

Scomporre i seguenti trinomi di secondo grado

260.  $2x^2 + 9x - 5$   $\{R. (x + 5)(2x - 1)\}$
261.  $10x^2 - 21x - 10$   $\{R. (5x + 2)(2x - 5)\}$
262.  $343x^2 + 1512x - 31$   $\{R. (7x + 31)(49x - 1)\}$
263.  $2x^2 + 3x\sqrt{2} - 4$   $\{R. (x + 2\sqrt{2})(2x - \sqrt{2})\}$
264.  $4x^2 + 20x + 18$   $\{R. (2x + 5 - \sqrt{7})(2x + 5 + \sqrt{7})\}$
265.  $9x^2 + 7x + 2$   $\{R. \text{irriducibile nel campo reale}\}$
266.  $6x^2 + 4(3 - 2\sqrt{11})x - 2(41 + 4\sqrt{11})$   $\{R. (2x + 2 - 4\sqrt{11})(3x + 3 + 2\sqrt{11})\}$
267.  $4x^2 + 12x + 3 - \sqrt{7}$   $\{R. (2x + 3 + \sqrt{6 + \sqrt{7}})(2x + 3 - \sqrt{6 + \sqrt{7}})\}$

## SEGNI DI TRINOMI E DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO

Per ciascuno dei seguenti trinomi, tracciare il grafico del segno al variare di  $x$

268.  $x^2 - 12x + 35$   $\{R. \text{positivo per } x < 5 \vee x > 7, \text{negativo per } 5 < x < 7, \text{nullo per } x = 5 \vee x = 7\}$
269.  $-x^2 - 5x + 24$   $\{R. \text{positivo per } -8 < x < 3, \text{negativo per } x < -8 \vee x > 3, \text{nullo per } x = -8 \vee x = 3\}$
270.  $5x^2 - 7x - 6$   $\{R. \text{positivo per } x < -\frac{3}{5} \vee x > 2, \text{negativo per } -\frac{3}{5} < x < 2, \text{nullo per } x = -\frac{3}{5} \vee x = 2\}$
271.  $9x^2 + 6x + 1$   $\{R. \text{positivo per } x \neq -\frac{1}{3}, \text{nullo per } x = -\frac{1}{3}\}$
272.  $42x - 9 - 49x^2$   $\{R. \text{negativo per } x \neq \frac{3}{7}, \text{nullo per } x = \frac{3}{7}\}$
273.  $2x^2 - 3x + 11$   $\{R. \text{positivo per ogni } x \text{ reale}\}$
274.  $-7x^2 + x - 10$   $\{R. \text{negativo per ogni } x \text{ reale}\}$
275.  $15x^2 + (3\sqrt{2} - 5\sqrt{6})x - 2\sqrt{3}$   $\{R. \text{positivo per } x < -\frac{\sqrt{2}}{5} \vee x > \frac{\sqrt{6}}{3},$   
 $\text{negativo per } -\frac{\sqrt{2}}{5} < x < \frac{\sqrt{6}}{3}, \text{nullo per } x = -\frac{\sqrt{2}}{5} \vee x = \frac{\sqrt{6}}{3}\}$
276.  $17 + 12\sqrt{2} - 4x^2$   $\{R. \text{positivo per } -\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2} < x < \frac{3 + 2\sqrt{2}}{2},$   
 $\text{negativo per } x < -\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2} \vee x > \frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}, \text{nullo per } x = -\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2} \vee x = \frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}\}$
277.  $2x^2 + 3x + 5 - \sqrt{15}$   $\{R. \text{positivo per ogni } x \text{ reale}\}$
278.  $4\sqrt{7} - 11 + 6(\sqrt{7} - 2)x - 9x^2$   $\{R. \text{negativo per } x \neq \frac{\sqrt{7} - 2}{3}, \text{nullo per } x = \frac{\sqrt{7} - 2}{3}\}$

Risolvere le seguenti disequazioni di secondo grado, intere e fratte

279.  $x^2 - 4x - 21 > 0$  {R.  $x < -3 \vee x > 7$ }
280.  $3x^2 + 8x - 3 < 0$  {R.  $-3 < x < \frac{1}{3}$ }
281.  $(x-1)(x+3) + (x+2)(x+3) < (x+1)(x+2) - 3$  {R. mai verificata}
282.  $(2x+3)(2x-3)(x-2)^2 - (2x^2+x-1)^2 > (1-3x)^3 + 7\left(x^3 - x^2 + x - \frac{8}{7}\right)$  {R.  $1 < x < 3$ }
283.  $(x-3)(x+3) < 169 - (5x-2)^2$  {R.  $-\frac{29}{13} < x < 3$ }
284.  $\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{(x-1)^2}{6} \geq \frac{7}{12}x$  {R.  $x \leq \frac{7}{11} \vee x \geq 5$ }
285.  $\frac{(x+1)(x-2)}{3} + \frac{(x-1)(x-3)}{2} < \frac{2(1-x)(2-3x)+5}{6}$  {R.  $x \neq -2$ }
286.  $\frac{x}{3}(x-1) - \frac{x}{4}(x+1) + \frac{3x+4}{12} < 0$  {R. mai verificata}
287.  $\frac{(x-1)^2 - 3x + 1}{15} + \frac{x+1}{5} > 0$  {R. verificata per ogni  $x$  reale}
288.  $\frac{x(2x-1)^2}{4} - (x-2)^3 > \frac{(x+1)(x-1)}{3} + \frac{4x+5}{4} - 1$  {R.  $x < 1 \vee x > \frac{97}{56}$ }
289.  $\frac{1}{3} - \frac{x}{6x+12} + \frac{x}{3x+6} < \frac{3x^2+8}{6x^2+24x+24}$  {R.  $x < -2 \vee -2 < x < 0$ }
290.  $x - \frac{x-1}{x+1} < \frac{3x-1}{2}$  {R.  $-3 < x < -1 \vee x > 1$ }
291.  $\frac{x-3}{x} + \frac{x+3}{x^2} > \frac{2}{3}$  {R.  $x \neq 0 \wedge x \neq 3$ }
292.  $\frac{2x-5}{x+3} - \frac{3x+1}{x-1} > \frac{x-4}{2x+6}$  {R.  $-\frac{29}{3} < x < -3 \vee 0 < x < 1$ }
293.  $\frac{x-3}{x^2-x} - \frac{x+3}{x^2+x} \geq \frac{2-3x}{x^2-1}$  {R.  $-1 < x < 0 \vee 0 < x < 1 \vee x \geq 2$ }
294.  $\frac{x+2}{3} - \frac{5}{x-6} < \frac{x+5}{4} - \frac{x+3}{2}$  {R.  $x < -\frac{18}{7} \vee 6 < x < 7$ }
295.  $\frac{2x+1}{2x-4} - \frac{3x-4}{3x+6} - \frac{x^2+6}{6x^2-24} \leq \frac{9}{x+2}$  {R.  $x \leq -23 \vee -2 < x < 2 \vee x \geq 4$ }
296.  $\frac{6}{x^2-1} - \frac{3}{x-1} < 1 - \frac{3}{x+1}$  {R.  $x \neq \pm 1$ }
297.  $1 - \frac{x+1}{1 - \frac{1}{x+3}} < \frac{2x+3}{x+2}$  {R.  $-4 < x < -3 \vee -3 < x < -2 \vee -2 < x < -1 \vee x > 3$ }

### CASI PARTICOLARI DI EQUAZIONI E DISEQUAZIONI DI GRADO MAGGIORE DI 2

298.  $x^3 - 7x - 6 = 0$  {R.  $-2; -1; 3$ }
299.  $x^3 - x^2 - 8x + 12 = 0$  {R.  $-3; 2; 2$ }
300.  $x^4 - 6x^3 + 9x^2 + 4x - 12 = 0$  {R.  $-1; 2; 2; 3$ }

301.  $16x^4 - 136x^2 + 225 = 0$   $\{R. \pm \frac{3}{2}; \pm \frac{5}{2}\}$
302.  $(x^2 - 2)^2(x^2 + 1)^2 - (x^2 + 2)^2(x^2 - 1)^2 = x^2(2x^2 + 3)(1 - 2x^2) - 1$   $\{R. \text{nessuna radice reale}\}$
303.  $x^8 - 82x^4 + 81 = 0$   $\{R. \pm 1; \pm 3\}$
304.  $375x^6 + 919x^3 - 216 = 0$   $\{R. -\frac{2}{3}\sqrt[3]{9}; \frac{3}{5}\}$
305.  $32x^{10} - 2957x^5 - 24300 = 0$   $\{R. \sqrt[5]{100}; -\frac{3}{2}\}$
306.  $x^3 - 5x^2 + 8x - 4 < 0$   $\{R. x < 1\}$
307.  $\frac{2x+1}{2x-1} + \frac{x^2+1}{x} \geq 5x$   $\{R. x \leq -\frac{1}{2} \vee 0 < x < \frac{1}{4} \vee \frac{1}{2} < x < 1\}$
308.  $\frac{2}{x+2} - \frac{3}{2x^2-1} \leq \frac{3}{x-2}$   
 $\{R. -\frac{21+\sqrt{617}}{4} \leq x < -2 \vee -1 \leq x < -\frac{\sqrt{2}}{2} \vee \frac{\sqrt{2}}{2} < x \leq \frac{-21+\sqrt{617}}{4} \vee x > 2\}$
309.  $\frac{4-x^2}{x^4+2x^2+1} - \frac{2-x^2}{x^2+1} \geq 2$   $\{R. x = 0\}$
310.  $27x^6 + 3367x^3 - 1000 < 0$   $\{R. -5 < x < \frac{2}{3}\}$
311.  $\frac{8-x^2}{2} - \frac{2x^2-11}{x^2-3} \leq \frac{x^2+6}{2}$   $\{R. x \leq -2 \vee -\sqrt{3} < x < \sqrt{3} \vee x \geq 2\}$

## SISTEMI DI EQUAZIONI DI SECONDO GRADO

312.  $\begin{cases} x^2 - xy = y^2 + 11 \\ 2x + 4 + y = 0 \end{cases}$   $\{R. (-3, 2); (-9, 14)\}$
313.  $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ (x - y)^2 = 4 + xy \end{cases}$   $\{R. \text{nessuna soluzione reale}\}$
314.  $\begin{cases} x\sqrt{3} - y + 13 = 0 \\ \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 845 \end{cases}$   $\{R. (13\sqrt{3}, 52); (-19\sqrt{3}, -44)\}$
315.  $\begin{cases} \frac{(x+2)(y-1)}{2} - \frac{(x-2)(y+2)}{3} = 6 \\ \left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2 - \frac{1}{4}(x^2 + y) = 2 \end{cases}$   $\{R. (-2, 4); \left(-\frac{35}{4}, 31\right)\}$
316.  $\begin{cases} (x+1)(y-1) = (x-1)(y+1) \\ 3x(y+2) - 2y(x+1) = 8x + 4 \end{cases}$   $\{R. (2, 2), \text{soluzione doppia}\}$
317.  $\begin{cases} \frac{x-1}{y+1} - \frac{x+1}{y-1} = \frac{x^2}{1-y^2} - \frac{1}{3} \\ \frac{2x-y-4}{x+y-5} = 1 \end{cases}$   $\{R. \left(-\frac{5}{13}, \frac{4}{13}\right)\}$
318.  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 42 \\ x + y = 4\sqrt{3} \end{cases}$   $\{R. (2\sqrt{3}+3, 2\sqrt{3}-3); (2\sqrt{3}-3, 2\sqrt{3}+3)\}$



$$319. \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 3(x + z) = 4 + x + y \\ x^2 + y^2 = 2 - (x + z)(x - z) \end{cases} \quad \{R. (1, 1, 1); \left(-\frac{7}{3}, \frac{11}{6}, \frac{7}{2}\right)\}$$

$$320. \begin{cases} 3(x - y) + 2z = 49 \\ x + y = 21 \\ x^2 + y^2 = 14(x - z) + z^2 + 49 \end{cases} \quad \{R. (14, 7, 14); (20, 1, -4)\}$$

### SISTEMI DI DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO

$$321. \begin{cases} (x+2)(x-1) + \frac{3-2x}{2} > 3x - \frac{1}{2} \\ \frac{(x+1)(15x-53)}{14} + \frac{(x-1)(17-2x)}{3} < \frac{7}{6}(8x-x^2-7) \end{cases} \quad \{R. 3 < x < 4\}$$

$$322. \begin{cases} (4x-1)^2 + (3x-2)^2 < 5(7-5x^2) \\ x(5x-2) - \frac{x+53}{16} + \frac{3}{8} > 0 \end{cases} \quad \{R. -\frac{3}{5} < x < -\frac{47}{80}\}$$

$$323. \begin{cases} x(6x-5) > 7(x+30) \\ 5x\left(x + \frac{1}{3}\right) < 3(x+1) - 2 \end{cases} \quad \{R. \text{ sistema assurdo}\}$$

$$324. \begin{cases} \frac{11}{x+8} + \frac{6}{x-1} > 4 \\ 5 + \frac{8}{x-48} < \frac{7}{x+5} \end{cases} \quad \{R. -5 < x < -\frac{23}{4} \vee 2 < x < 3\}$$

$$325. \begin{cases} \frac{2(x+1)}{5} - \frac{x-1}{3} > \frac{1}{15} + x \\ \frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(2x-1)^2}{16} > \frac{1}{8} \\ \frac{1}{3}[2(x+1) - (x-3)^2] > \frac{1}{2}\left[3(x-1) - \frac{2}{3}(x+1)^2\right] \end{cases} \quad \{R. \frac{3}{11} < x < \frac{5}{7}\}$$

### EQUAZIONI IRRAZIONALI

$$326. \sqrt{5x+21} = 11 \quad \{R. x = 20\} \quad 327. \sqrt{x^2+8} + 1 = 0 \quad \{R. \text{ nessuna soluzione}\}$$

$$328. \sqrt{5x+10} = 8-x \quad \{R. x = 3\} \quad 329. \sqrt{4x-2} + 1 = 2x \quad \{R. x = \frac{1}{2} \vee x = \frac{3}{2}\}$$

$$330. \sqrt{x^2+3x+9} = x-3 \quad \{R. \text{ nessuna soluzione}\}$$

$$331. \sqrt{5x^2+4x-8} + 3x = 2 \quad \{R. \text{ nessuna soluzione}\}$$

$$332. \sqrt[3]{x^3-5x^2+16x-29} - x + 2 = 0 \quad \{R. -7; 3\}$$

$$333. \sqrt[3]{5x-1} = 17-x \quad \{R. 13\}$$

$$334. \frac{6}{5\sqrt{3x+1}-2} = \frac{4}{4\sqrt{3x+1}-1} \quad \{R. 5\}$$

$$335. \sqrt{x} + \sqrt{3x-2} = 2 \quad \{R. 1\}$$

$$336. \sqrt{x+7} + \sqrt{x+2} = 5 \quad \{R. 2\}$$

337.  $\sqrt{2+x} + \sqrt{3-x} = \sqrt{5}$  {R.  $-2 ; 3$ }  
 338.  $\sqrt{x-4} = 5 - \sqrt{2x+6}$  {R.  $5$ }  
 339.  $\sqrt{x^2+16} + x = 3 + \sqrt{6x+7}$  {R.  $-\frac{7}{6} ; 3$ }  
 340.  $\sqrt{x+16} + \sqrt{10-3x} = 4$  {R. nessuna soluzione}

## DISEQUAZIONI IRRAZIONALI

Di seguito sono riportati alcuni casi semplici, cioè del tipo  $\sqrt[n]{A(x)} > k$

341.  $\sqrt{4x+1} > 7$  {R.  $x > 12$ }  
 342.  $\sqrt{x^2-4} > -13$  {R.  $x \leq -2 \vee x \geq 2$ }  
 343.  $\sqrt{107-x} < 10$  {R.  $7 < x \leq 107$ }  
 344.  $\sqrt{x^2+x+8} < -1$  {R. mai verificata}  
 345.  $\sqrt{x^2+x+8} > 6$  {R.  $x < -\frac{1+\sqrt{113}}{2} \vee x > \frac{-1+\sqrt{113}}{2}$ }  
 346.  $\sqrt{x^2-x-6} < 10$  {R.  $\frac{1-5\sqrt{17}}{2} < x \leq -2 \vee 3 \leq x < \frac{1+5\sqrt{17}}{2}$ }  
 347.  $\sqrt[3]{2x+1} > 3$  {R.  $x > 13$ }  
 348.  $\sqrt[3]{x^2-2x} < 2$  {R.  $-2 < x < 4$ }  
 349.  $\sqrt[3]{2x-17} < -3$  {R.  $x < -5$ }  
 350.  $\sqrt[3]{2x^3-11x+5} + 1 > 0$  {R.  $-\frac{2+\sqrt{10}}{3} < x < \frac{-2+\sqrt{10}}{3} \vee x > 2$ }

## EQUAZIONI E DISEQUAZIONI CONTENENTI TERMINI IN VALORE ASSOLUTO

351.  $|x-4| = 3$  {R.  $1 ; 7$ }  
 352.  $|5x-7| + 2 = 0$  {R. nessuna soluzione}  
 353.  $|2x-3| = x+1$  {R.  $\frac{2}{3} ; 4$ }  
 354.  $4|x-3| = 2-x$  {R. nessuna soluzione}  
 355.  $|x^2-x-6| = 5x+49$  {R.  $-5 ; 11$ }  
 356.  $|2x^2-5x-5| = 3x-7$  {R.  $-2 ; 3 ; 2+\sqrt{3}$ }  
 357.  $|2x-1| + |x+5| = 7$  {R.  $-1 ; 1$ }  
 358.  $|7x-11| = |21-x|$  {R.  $-\frac{5}{3} ; 4$ }  
 359.  $|x+4| > 3$  {R.  $x < -7 \vee x > -1$ }  
 360.  $|2x-3| < \frac{x+16}{3}$  {R.  $-1 < x < 5$ }  
 361.  $|x^2-x-4| > -2$  {R. sempre verificata}  
 362.  $|2x^2-x+4| > -4$  {R. sempre verificata}  
 363.  $\frac{1}{|x-3|} + \frac{6}{|x+4|} < 2$  {R.  $x < -\frac{9+\sqrt{385}}{4} \vee -\frac{1}{2} < x < 2 \vee x > \frac{5+\sqrt{105}}{4}$ }  
 364.  $\frac{|7x-3|+5}{|x|+4} \geq 2$  {R.  $-4 < x \leq 0 \vee x \geq \frac{6}{5}$ }