Università degli Studi di Roma Tor Vergata

Esercitazione corso Analisi 1, canale CIO-FR
Corso di Laurea in Ingegneria

Esercitatrice: Dot. Martina Magliocca
magliocc@mat.uniroma2.it

19 Ottobre 2017
Limiti di successioni

Esercizio 1. Verificare i seguenti limiti usando la definizione:

(1.a) $\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+4\sqrt{n}}{2n^2+3} = \frac{1}{2}$

(1.b) $\lim_{n\to\infty} n - \sqrt{n^2-1} = 0$

(1.c) $\lim_{n\to\infty} \frac{n^2 - n\sin n}{3n^2+\cos n} = \frac{1}{3}$

(1.d) $\lim_{n\to\infty} \frac{\sin\left(e^{\pi\cos n}\right)}{n^2} = 0$

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti di successioni:

(2.a) $\lim_{n\to\infty} \frac{n^6+3^n+\log n}{2^n+n^4+\log^5 n}$

(2.b) $\lim_{n\to\infty} \frac{\arctan n}{n+\arctan(n-1)}$

(2.c) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n}$

(2.d) $\lim_{n\to\infty} \left(\sin\left(\frac{1}{n}\right)\right)^{\frac{1}{n}}$

(2.e) $\lim_{n\to\infty} n^\alpha \log\left(\cos\left(\frac{1}{n}\right)\right) \quad \forall\alpha\in\mathbb{R}$

(2.f) $\lim_{n\to\infty} \frac{3n^4 - n\arctan n}{2\pi n^4 - n^3 + n^2 + 2}$

(2.g) $\lim_{n\to\infty} (2-3e^{-n})\sqrt{n}\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2}\right)$

(2.h) $\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2n+11}-\sqrt{2n+4}}{\sqrt{n^2+2n}-\sqrt{n^2-n}}$

(2.i) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{2^n+n^2-\log^{12} n}{3^n - n\sqrt{n}+5}\right)^{\frac{1}{n}}$

(2.j) $\lim_{n\to\infty} \frac{6\cos n - n}{2\tan\frac{1}{n}+2n}$

(2.k) $\lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^n n^2+n}{n^2+1}$

(2.l) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n\log n}$

(2.m) $\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n^4+n^3}-\sqrt{n^4-n^3}}{n+n^\alpha} \quad \forall\alpha\in\mathbb{R}^+$

Esercizio 3. Dimostrare che, per $n\to\infty$, allora

- $\frac{(n+3)!-n!}{(n+1)!}$ è dell'ordine di n^2;
- $\log\left(1+\frac{1}{n}\right)$ è dell'ordine di $\frac{1}{n}$;
- 3^n è un infinito di ordine inferiore a $n!$.

Esercizio 4. Si consideri la seguente successione:

$$\begin{cases} a_0 = 1, \\ a_{n+1} = \sqrt{1+a_n}, \quad n\geq 0. \end{cases}$$

Dimostrare che $\lim_{n\to\infty} a_n$ esiste e calcolarlo.