Università degli Studi di Roma Tor Vergata

Esercitazione corso Analisi 1, canale CIO-FR

Corso di Laurea in Ingegneria

Esercitatrice: Dot. Martina Magliocca

magliocc@mat.uniroma2.it

11 Gennaio 2018

Equazioni differenziali

Esercizio 1. Calcolare l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali lineari del primo ordine:

(1.a) $y' - (\tan x)y = e^{\sin x}$ per $-\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}$

(1.b) $xy' + y = 3x^3 - 1$ per $x > 0$

(1.c) $y' + (\cos x)y = \sin(2x)$

(1.d) $\dfrac{y'}{4} + \dfrac{y}{x} = 3x^{-3} - x^{-4}$ per $x > 0$

(1.e) $(1 + x^2)y' - y = 0$

(1.f) $y' + 2xy = e^{-x^2}\dfrac{1 - e^x}{e^{2x} + 1}$

Esercizio 2. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy lineari del primo ordine:

(2.a)
$$\begin{cases} y' - 2y = \dfrac{e^{3x}}{e^x + 1} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

(2.b)
$$\begin{cases} y' + y = \sin x + 3\cos(2x) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

(2.c)
$$\begin{cases} y' = (\cos x)y + \cos^3 x \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

(2.d)
$$\begin{cases} y' = \dfrac{x^3 y}{(1 + x)^2} \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

(2.e)
$$\begin{cases} y' - \dfrac{y}{x} = x^2 - \dfrac{x}{2} \\ y(2) = 3 \end{cases}$$

(2.f)
$$\begin{cases} y' = \dfrac{4x\sqrt{y}}{3}\log(1 + x^2) \\ y(0) = \dfrac{1}{9} \end{cases}$$

(2.g)
$$\begin{cases} y' + \log x \, y = \log x \\ y(e) = 2 \end{cases}$$

(2.h)
$$\begin{cases} y' = \dfrac{4\sin x}{3y^2(1 + \cos^2 x)} \\ y(\pi/2) = 1 \end{cases}$$

(2.i)
$$\begin{cases} y' = 6x^2(1 - 7e^{-y}) \\ y(0) = \log 8 \end{cases}$$

con $y : \mathbb{R} \to (\log 7, +\infty)$

(2.j)
$$\begin{cases} y' = \dfrac{x}{x^4 + 1} y^{\frac{2}{3}} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

(2.k)
$$\begin{cases} y' = \dfrac{\log x}{yx(1 + \log^2 x)} \\ y(1) = -1 \end{cases}$$

(2.l)
$$\begin{cases} y' - 3x^2 y = \dfrac{e^{x^3}}{4x^2 + 2x + 1} \\ y(0) = \dfrac{\pi}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

(2.m)

$$\begin{cases} y' = \dfrac{x\log(1+x^2)}{\sqrt{1+x^2}}y^2 \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

(2.n)

$$\begin{cases} y' = y + \dfrac{e^x}{\sqrt{x^2+x+4}} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

(2.o)

$$\begin{cases} y' = \dfrac{3x^2-1}{x^3-x}y + x^3, \quad x > 2 \\ y(3) = y_0 \end{cases}$$

(2.p)

$$\begin{cases} y' = \dfrac{1}{x\log x}y + (\log x)^4, \quad x > 1 \\ y(3) = 0 \end{cases}$$