

**Sapienza** Università degli Studi di Roma  
 CORSO DI CALCOLO E BIOSTATISTICA - CANALE A-E  
 PROVA D'AMMISSIONE ALL'ESAME ORALE 18/09/2020

Es. 1	(1.1) B	(1.2) D	(1.3) A			
Es. 2	A: vero	B: falso	C: vero	D: vero	E: falso	
Es. 3	A: falso	B: vero	C: vero	D: falso	E: vero	F: vero
Es. 4	n. 1					
Es. 5	n. 3					
Es. 6	n. 3					
Es. 7	(7.1) B	(7.2) A	(7.3) C	(7.4) D	(7.5) B	(7.6) D
Es. 8	(8.1) A	(8.2) D	(8.3) C	(8.4) D	(8.5) B	(8.6) A
Es. 9	A: vero	B: falso	C: falso	D: falso	E: falso	F: vero
Es. 10	C	A				
Es. 11	A	A	E	D		

1. Selezionare l'intervallo richiesto.

(1.1) La funzione  $f(x) = \frac{x}{x+1}$  ha dominio

- A  $(-1, 2)$                       B  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$                       C  $[-1, 2]$                       D  $\mathbb{R} \setminus \{(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)\}$

(1.2) La funzione  $g(x) = \sqrt{\log(1+x^2)}$  ha dominio

- A  $(-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$                       B  $(-\infty, -1) \cup [0, +\infty)$                       C  $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$                       D  $\mathbb{R}$

(1.3) La funzione  $h(x) = \frac{e^x}{e^x - 1}$  ha dominio

- A  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$                       B  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$                       C  $(-1, 1)$                       D  $\mathbb{R}$

2. Con riferimento all'esercizio 1, stabilire quali affermazioni sono vere e quali sono false.

- A La funzione  $g(x)$  è pari.  
 B La funzione  $f(x)$  ammette  $y = 0$  come asintoto verticale.  
 C La funzione  $g(x)$  ammette un solo zero.  
 D La funzione  $h(x)$  ammette  $y = 1$  come asintoto orizzontale.

E La funzione  $f(x)$  ha almeno un asintoto verticale e

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty.$$

3. Selezionare le affermazioni vere.

A La funzione  $f(x) = \sqrt{x}$  ammette minimo assoluto per  $x = 0$  e  $f'(x)$  è ben definita.

B La derivata della funzione  $f(x) = e^{2x^2-3}$  è  $f'(x) = 4xe^{2x^2-3}$ .

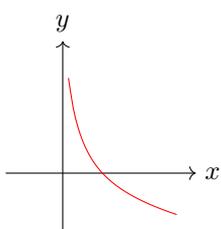
C La funzione  $f(x) = x^2 - 4x$  non è monotona strettamente crescente.

D La derivata della funzione  $f(x) = \log\left(\frac{x}{1-x}\right)$  è  $f'(x) = \frac{1}{x^2-x}$ .

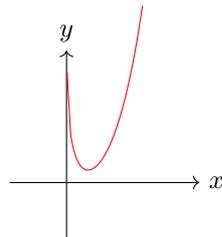
E Data  $f(x) = \sqrt[4]{x^2+1}$ , allora la retta  $y = 5^{-\frac{3}{4}}x + 5^{\frac{1}{4}} - 2 \cdot 5^{-\frac{3}{4}}$  è tangente a  $f(x)$  nel punto  $(2, 5^{\frac{1}{4}})$ .

F La derivata della funzione  $f(x) = \frac{x}{x-3}$  è sempre negativa.

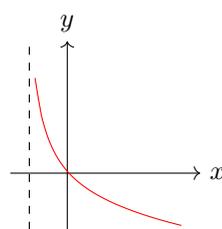
4. Il grafico della funzione  $f(x) = e^{-3x} - \log x$  è il numero ...



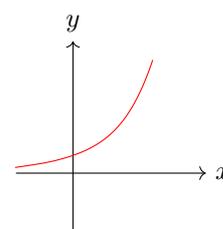
n. 1



n. 2

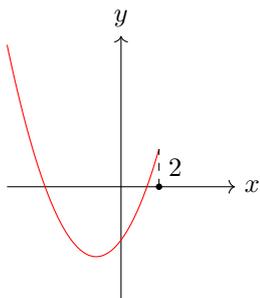


n. 3

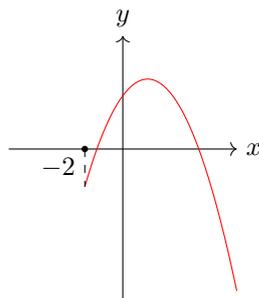


n. 4

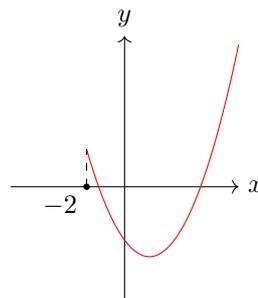
5. Il grafico della funzione  $f(x) = x^2 - 3x - \sqrt{x+2}$  è il numero ...



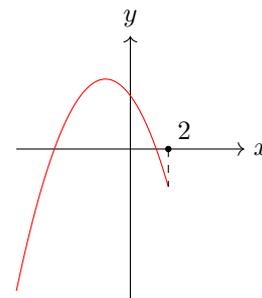
n. 1



n. 2

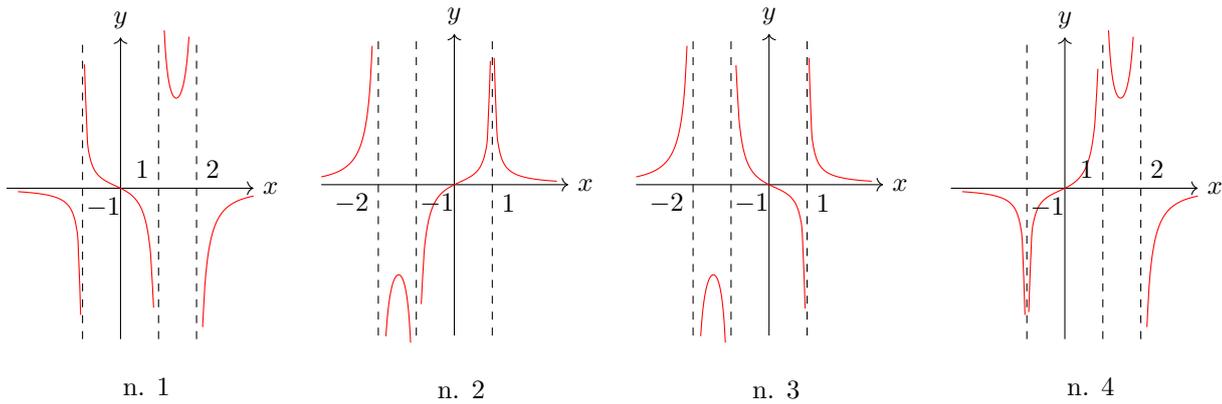


n. 3



n. 4

6. Il grafico della funzione  $f(x) = \frac{x}{(x-1)(x+1)(x+2)}$  è il numero ...



7. Selezionare il valore dei seguenti limiti. Rispondere ad almeno quattro domande.

(7.1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + e^{-x}) \sin \frac{1}{x}$

- A  $+\infty$                       B 0                              C 1                              D non esiste                      E  $e$

(7.2)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + e^{-x}) \sin x$

- A 0                              B  $+\infty$                               C 1                              D non esiste                      E  $e$

(7.3)  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{5x + 10}{3x^2 + 12x + 12}$

- A non esiste                      B  $\frac{5}{3}$                               C  $-\infty$                               D 0                              E  $+\infty$

(7.4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{4x}}{2x}$

- A 1                              B 2                              C  $e^{-2}$                               D  $-2$                               E  $e^2$

(7.5)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{2x^2}$

- A  $\frac{1}{2}$                               B 0                              C  $\frac{1}{4}$                               D 1                              E  $+\infty$

(7.6)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x\sqrt[3]{x} + 3 \sin x}{4x^2 + x\sqrt{x}}$

- A 0                              B  $+\infty$                               C non esiste                              D  $\frac{1}{4}$                               E 4

8. Selezionare il valore dei seguenti integrali. Rispondere ad almeno quattro domande.

(8.1)  $\int \frac{3}{1 + 4x^2} dx$

- A  $\frac{3}{2} \arctan(2x) + c$       B  $3(1 + 4x^2)^{-1} + c$       C  $3 \log(1 + 4x^2) + c$       D  $\frac{3}{4} \log \left| \frac{1 + 2x}{1 - 2x} \right| + c$       E  $\frac{3}{2} \arctan(4x^2) + c$

(8.2)  $\int \frac{3}{1 - 4x^2} dx$

A  $\frac{3}{2} \arctan(2x) + c$     B  $3(1 + 4x^2)^{-1} + c$     C  $3 \log(1 + 4x^2) + c$     D  $\frac{3}{4} \log \left| \frac{1 + 2x}{1 - 2x} \right| + c$     E  $\frac{3}{2} \arctan(4x^2) + c$

(8.3)  $\int_{-1}^1 x e^{2x^2} dx$

A 1    B  $\frac{1}{4} e^2$     C 0    D  $\frac{e^2 + 3e^{-2}}{4}$     E  $\frac{e^2 - e^{-2}}{4}$

(8.4)  $\int_{-1}^1 x e^{2x} dx$

A 1    B  $\frac{1}{4} e^2$     C 0    D  $\frac{e^2 + 3e^{-2}}{4}$     E  $\frac{e^2 - e^{-2}}{4}$

(8.5)  $\int_{\sqrt{\frac{\pi}{2}}}^{\sqrt{\pi}} x \sin x^2 \cos x^2 dx$

A 0    B  $-\frac{1}{4}$     C  $\frac{3}{4}$     D  $-\frac{3}{4}$     E  $\frac{1}{4}$

(8.6)  $\int_{-\infty}^{-2} \frac{5 \log x^2}{x} dx$

A  $-\infty$     B  $\frac{5}{2} \log 4$     C 0    D  $+\infty$     E  $-\frac{5}{4} \log 2$

9. Stabilire quali affermazioni sono vere e quali sono false. Il sistema

$$\begin{cases} k^2 y + 3x = b_1 \\ -x - 3ky = b_2 \end{cases}$$

- A ammette un'unica soluzione per  $k = 4$  e per ogni coppia  $(b_1, b_2)$  fissati;
- B ammette un'unica soluzione per  $k = 0$  e per ogni coppia  $(b_1, b_2)$  fissati;
- C ammette esattamente 3 soluzioni per  $k = 9$  e  $(b_1, b_2) = (0, 0)$ ;
- D è indefinito per  $k = 1$  e  $(b_1, b_2) = (0, 1)$ ;
- E è impossibile per  $k = 1$  e  $(b_1, b_2) = (2, 1)$ ;
- F è impossibile per  $k = 0$  e per  $(b_1, b_2) = (1, 0)$ .

10. Un amico ti ha detto che un amico di un suo amico ha letto un articolo molto interessante. Non conoscendo la fonte, non sei certo della veridicità della notizia: infatti, sai che almeno il 95% degli articoli pubblicati sui social è falso, mentre la percentuale scende al 3% se l'articolo è tratto da una rivista specializzata. Conoscendolo, sai che il tuo amico legge l'83% degli articoli sui social.

Puoi quindi dedurre che:

(10.1) la probabilità che la notizia sia falsa è

A 0.8395    B 0.7966    C 0.7936    D 0.9532    E 0.8695

(10.2) la probabilità che la notizia sia stata letta su un social dato che è falsa:

A 0.9936    B 0.0915    C 0.9764    D 0.9523    E 0.8056

11. Sia  $Z \sim N(0, 1)$ . Allora

(11.1)  $P(Z \leq 2.18)$  vale

A 0.9854                  B 0.4656                  C 0.9821                  D 0.4854                  E 0.9656

(11.2)  $P(Z > -2.18)$  vale

A 0.9854                  B 0.4656                  C 0.9821                  D 0.4854                  E 0.9656

(11.3)  $P(-2 < Z \leq -1.15)$  vale

A 0.3532                  B 0.4176                  C 0.6023                  D 0.2857                  E 0.1023

(11.4)  $P(-2.21 \leq Z < 2.21)$  vale

A 0.7698                  B 0.9642                  C 0.7738                  D 0.9728                  E 0.9722