

# Diario delle lezioni di Calcolo e Biostatistica (Canale A-E)

## CdL: Scienze Biologiche

Il presente diario vale come Programma consuntivo del corso per l'esame orale.

### Libri di riferimento

- [BEM] D. Benedetto, C. Maffei, M. Degli Esposti: "Matematica per le scienze della vita".
- [MS] P. Marcellini, C. Sbordone: "Elementi di analisi matematica 1 - Versione semplificata per i nuovi corsi di laurea".
- [MS1] P. Marcellini, C. Sbordone: "Esercitazioni di matematica" (Vol. 1, Pt. 1).
- [MS2] P. Marcellini, C. Sbordone: "Esercitazioni di matematica" (Vol. 1, Pt. 2).
- [G] R. Giuliano: "Argomenti di Probabilità e Statistica".
- [R] Sheldon M. Ross: "Probabilità e statistica per l'ingegneria e per le scienze".

Per quanto riguarda gli esercizi, consiglio anche le schede relative ai seguenti corsi:

- [TSI] **TSI - Tutorato speciale introduttivo**
- [MG1819] **Matematica Generale 2018/2019**
- [MG1718] **Matematica Generale 2017/2018**
- [I1617] **Analisi Matematica 1 2016/2017**

Legenda: **Calcolo**, **Biostatistica**

I PARTE: CONOSCENZE DI BASE / I PARTE: CALCOLO COMBINATORIO

### **Lezione 1** **03/10/2019**

#### **Insiemi**

Insiemi e operazioni insiemistiche (unione, intersezione, differenza, complementare). Prodotto cartesiano. Diagrammi di Venn. Concetto di cardinalità. Paradosso di Russel.  
Numeri naturali, interi, razionali, reali.  
Esempi ed esercizi.  
*Esercizi consigliati: 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6 pag. 57 [BEM].*

**Lezione 2**  
**08/10/2019**

### **Funzioni**

Definizione di funzione e concetti correlati (dominio, immagine, codominio, grafico). Funzioni iniettive, suriettive, biettive, composte, inverse, monotone, pari, dispari.

Funzioni lineari e quadratiche.

Esempi ed esercizi.

*Esercizi consigliati: 4.2, 4.5, 4.6, 4.9, 4.10, 4.13, 4.14 pag. 176; 5.4, 5.7, 5.9, 5.10, 5.12 [BEM].*

**Lezione 3**  
**9/10/2019**

### **Funzioni prototipo**

Potenze ad esponente intero, potenze ad esponente reale, funzioni esponenziali, funzioni logaritmiche.

Esempi ed esercizi.

*Esercizi consigliati: [TSI, MG1718, MG1819, I1617].*

**Lezione 4**  
**10/10/2019**

### **L'arte di contare**

Alcuni problemi di enumerazione di oggetti. Permutazioni, disposizioni con e senza ripetizione, combinazioni. Fattore binomiale (definizione, binomio di Newton). Triangolo di Tartaglia.

Esempi ed esercizi.

**Lezione 5**  
**14/10/2019**

### **Funzioni trigonometriche**

Quantità invarianti per riscaldamento e funzioni trigonometriche:  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$ . Proprietà elementari. Inverse locali:  $\arcsin y$ ,  $\arccos y$ ,  $\arctan y$ .

Esempi ed esercizi.

*Esercizi consigliati: [TSI].*

**Lezione 6**  
**15/10/2019**

### **Valore assoluto**

Definizione ed esercizi.

### **Esercitazione**

Esercizi di consolidamento per le lezioni 2, 3, 5.

*Esercizi consigliati: [MS1, Capitolo 3], Ex. 1.*

---

II PARTE: SUCCESSIONI / II PARTE: PROBABILITÀ DISCRETA

---

**Lezione 7**  
**17/10/2019**

### **Concetti fondamentali**

L'insieme  $S$  degli esiti possibili (spazio degli esiti). Proposizioni elementari e sottoinsiemi di  $S$  (eventi).

Operazioni sulle proposizioni elementari (ET, OR, NOT) e corrispondenti operazioni sugli eventi (intersezione, unione, complementare).

Esempi ed esercizi.

*Vedere [R, Sezioni 3.2 e 3.3] oppure [G, Sezioni 1.1 e 1.2]. Esercizi consigliati: [R, Capitolo 3 n. 1,...,9].*

**Lezione 8**  
**21/10/2019**

### **Successioni**

Definizione, grafico, crescita, decrescenza. Visualizzazione grafica di successioni.

### **Limite per successioni**

Definizione, visualizzazione del limite mediante il grafico cartesiano.

Esempi ed esercizi.

*Esercizi consigliati: Ex. 3 n. 1, 2.*

**Lezione 9**  
**22/10/2019**

### **Tecniche di calcolo del limite**

Unicità del limite. Definizione di successione divergente. Operazioni con i limiti. Teoremi di confronto per successioni convergenti e divergenti. Limite di successioni monotone. Successioni con "competizione" tra fattori.

*Esercizi consigliati: Ex. 3 n. 3.*

**Lezione 10**  
**28/10/2019**

### **Probabilità**

Probabilità di un evento nel caso di uno spazio degli esiti  $S$  finito. Proprietà elementari della probabilità.

Gli assiomi della probabilità su un generico spazio  $S$ : monotonia, normalizzazione,  $\sigma$ -additività su insiemi disgiunti.

Esercizi.

*Esercizi consigliati: Ex. 4.*

**Lezione 11**  
**29/10/2019**

### **Forme indeterminate**

Forme indeterminate  $\left[\frac{0}{0}\right]$ ,  $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ ,  $[0 \cdot \infty]$ ,  $[1^\infty]$ ,  $[\infty - \infty]$  per successioni.

Esercizi.

**Lezione 12**  
**31/10/2019**

### **Esercitazione**

Esercizi di consolidamento sulle lezioni 9, 10 e 11.

*Esercizi consigliati: Ex. 5.*

**Lezione 13**  
**04/11/2019**

### **Spazio degli esiti equiprobabili**

Il caso di esiti equiprobabili come caso particolare della teoria generale.

### **Eventi indipendenti**

Indipendenza di due eventi  $A, B$ , indipendenza di  $A, B^c$  data l'indipendenza di  $A, B$ , condizioni per l'indipendenza di  $A, B \cap C$ .

Esempi ed esercizi.

*Vedere Ex. 6.*

---

## III PARTE: ELEMENTI DI ALGEBRA LINEARE / II PARTE: PROBABILITÀ DISCRETA

---

**Lezione 14**  
**05/11/2019**

### **Vettori**

Vettori di  $\mathbb{R}^n$ , definizione generale, rappresentazione geometrica. Operazioni algebriche tra vettori: addizione, sottrazione, moltiplicazione per uno scalare, prodotto scalare tra vettori.

Combinazione lineare tra vettori.

Esempi ed esercizi.

**Lezione 15**  
**07/11/2019**

### **Rette e piani**

Retta dei vettori collineari ad un vettore dato, retta dei vettori ortogonali ad un vettore dato. Equazioni di una retta nel piano.

Equazione del piano nello spazio, condizione di parallelismo tra piani.

Esempi ed esercizi.

### **Sistemi lineari**

Sistemi lineari in due e tre variabili e loro risolubilità.

Esempi ed esercizi.

<b>Lezione 16</b> 11/11/2019	<p><b>Matrici</b> Definizione, somma tra matrici, moltiplicazione per scalare, prodotto matrice-vettore, determinante di matrici <math>2 \times 2</math> e <math>3 \times 3</math>, sistemi di equazioni lineari, Teorema di Cramer. Esempi e esercizi.</p>
<b>Lezione 17</b> 12/11/2019	<p><b>Probabilità condizionata</b> Probabilità di un evento condizionata al verificarsi di un altro evento. Formula di Bayes. Esempi e esercizi.</p>
<b>Lezione 18</b> 14/11/2019	<p><b>Esercitazione</b> Esercizi di consolidamento sulle lezioni 15, 16 e 17. <i>Esercizi consigliati: Ex. 8.</i></p>
<b>Lezione 19</b> 15/11/2019	<p><b>Spazi di probabilità uniformi</b> Esempio di <math>n</math> lanci di una moneta equilibrata. <b>Successione di prove indipendenti</b> Esempio di <math>n</math> lanci di una moneta truccata. <b>Formula binomiale</b> Esempi ed esercizi. <i>Esercizi consigliati: Ex. 9.</i></p>

#### IV PARTE: FUNZIONI REALI DI VARIABILE REALE

<b>Lezione 20</b> 22/11/2019	<p><b>Limiti di funzioni all'infinito</b> Limite finito e asintoto orizzontale, limite infinito (in entrambi i casi: definizione analitica e mediante il grafico). <b>Limiti di funzioni in un punto <math>x_0</math></b> Definizione (correlazione tra la vicinanza nell'insieme di arrivo e vicinanza nell'insieme di partenza). Esempi ed esercizi. <i>Esercizi consigliati: [MG1718, MG1819], Ex. 11. n. 1, 2, 3</i></p>
<b>Lezione 21</b> 25/11/2019	<p><b>Limiti unilateri (destro o sinistro)</b> Esempio motivante, definizione. <b>Continuità</b> Continuità in un punto e globale. Punti di discontinuità. Esempi ed esercizi. <i>Esercizi consigliati: [MG1718, MG1819], Ex. 11 n. 3, 4, 5.</i></p>
<b>Lezione 22</b> 26/11/2019	<p><b>Limiti notevoli</b> Esempi ed esercizi. <i>Esercizi consigliati: [MG1718, MG1819], Ex. 11 n. 2.</i> <b>Esercitazione</b> <i>Esercizi di consolidamento sulle lezioni 20, 21 e 22.</i></p>

**Lezione 23**  
**28/11/2019**

### **Studi qualitativi di funzioni - parte I**

Studi qualitativi di funzioni senza il calcolo delle derivate.

#### **Derivate**

Rapporto incrementale e derivata di una funzione: definizione analitica, significato geometrico e significato fisico. Regole di derivazione della somma, del prodotto (regola di Leibniz) e del rapporto di funzioni.

*Esercizi consigliati: Ex. 13 dal n. 1 al n. 4*

**Lezione 24-25**  
**29/11/2019**  
Aula Valerio Giacomini

### **Ricapitolazione ed esercizi**

Simulazione d'esonero fino alla lezione 19 inclusa.

**Lezione 26**  
**02/12/2019**

### **I ESONERO**

Prova in itinere sul programma svolto fino alla lezione 19 inclusa.

### **Regole di derivazione**

Regola di derivazione di funzioni composte e funzione inversa. Derivazione di polinomi, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche. Derivazione di funzioni composte.

### **Punti di discontinuità delle derivate**

Punto angoloso, cuspide, flessi a tangente verticale.

### **Massimi e minimi**

Massimi e minimi relativi ed assoluti (globali).

### **Teoremi di calcolo differenziale**

Teorema di Fermat, Teorema di Rolle, Teorema di Lagrange, Criterio di monotonia.

*Esercizi consigliati: [MS2, Cap. 1], Ex. 13 Ex. 13 dal n. 1 al n. 6.*

**Lezione 27-28**  
**05/12/2019**

### **Studi qualitativi di funzioni - parte II**

Studi qualitativi di funzioni con il calcolo delle derivate.

#### **Esercitazione**

*Esercizi di consolidamento sulle lezioni 23, 27 e 28.*

*Esercizi consigliati: [MS2, Cap. 2], Ex. 13 n. 7.*

**Lezione 29**  
**06/12/2019**  
Aula Valerio Giacomini

---

## **V PARTE: INTEGRALI**

---

**Lezione 30**  
**9/12/2019**

### **Primitiva di una funzione**

Legame tra una funzione e le sue primitive. Esempio con moto uniforme e moto con velocità costante a tratti.

### **Integrali definiti**

Calcolo dell'area sottostante il grafico di una funzione. Approssimazione per difetto e per eccesso con pluri-rettangoli subordinati ad una partizione dell'intervallo.

Definizione e proprietà degli integrali definiti: additività, linearità, confronto tra integrali.

*Esercizi consigliati: [MS2, Cap. 5], Ex. 14 n. 1, 2, 4.*

## **Teorema della media, Teorema fondamentale del calcolo integrale**

### **Integrali indefiniti**

**Lezione 31**  
**10/12/2019**

### **Metodi di integrazione**

Sostituzione di variabile, integrazione per parti.

Esempi ed esercizi.

*Esercizi consigliati: [MS2, Cap. 4], Ex. 14.*

### **Integrali di funzioni razionali**

**Lezione 32**  
**16/12/2019**

### **Integrali impropri**

Integrali impropri di prima specie (integrali calcolati su intervalli illimitati).

Esempi ed esercizi.

*Esercizi consigliati: [MS2, Cap. 4], Ex. 15.*

**Lezione 33**  
**17/12/2019**

### **Esercitazione**

*Esercizi di consolidamento dalla lezione 30 alla 32.*

*Esercizi consigliati: Ex. 15.*



---

## **IV PARTE: VARIABILI ALEATORIE**

---

**Lezione 34**  
**07/01/2020**

### **Variabili aleatorie**

Definizione di variabile aleatoria. Distribuzione di variabili aleatorie. Rappresentazione grafica.

Esempi ed esercizi.

*Esercizi consigliati: Ex. 16 n. 1, 2, 3.*

### **Media e varianza di una variabile aleatoria**

Definizione e significato empirico. Proposizione sulle proprietà della media. Rappresentazione di media e varianza tramite la distribuzione della variabile aleatoria.

Esempi ed esercizi.

**Lezione 35-36**  
**09/01/2020**

### **Variabili aleatorie discrete notevoli**

Variabili aleatorie con distribuzione binomiale. Contesto di utilizzo, legge di distribuzione, media e varianza.

Variabili aleatorie con distribuzione di Poisson. Contesto di utilizzo ("call center"), legge di distribuzione, normalizzazione e media.

Esempi ed esercizi.

*Esercizi consigliati: Ex. 16 n. 4, ..., 9.*

**Lezione 37**  
**10/01/2020**  
Aula Valerio Giacomini

### **Variabili aleatorie continue notevoli**

Variabili con distribuzione uniforme: contesto di utilizzo, legge di distribuzione, normalizzazione, media e varianza.

Variabili con distribuzione gaussiana: contesto di utilizzo, legge di distribuzione, normalizzazione, media e varianza.

Esempi ed esercizi.

Esercizi consigliati: *Ex. 16* n. 10, ..., 17.

**Lezione 38**  
**13/01/2020**

### **Esercitazione**

Esercizi di consolidamento dalla lezione 34 alla 37.

Esercizi consigliati: *Ex. 16*, *Ex. 17*.

**Lezione 39**  
**14/01/2020**

### **Ricapitolazione ed esercizi**

Esercizi di ripasso dalla lezione 20 a 32

Esercizi consigliati: *Ex. 18* n. 1, ..., 10.

**Lezione 40**  
**15/01/2020**  
Aula 2 Blu

### **Ricapitolazione ed esercizi**

Esercizi di ripasso dalla lezione 32 a 37

Esercizi consigliati: *Ex. 18* n. 11, ..., 14.

**Lezione 41**  
**16/01/2020**

### **Ricapitolazione ed esercizi**

Esercizi di ripasso dalla lezione 1 a 19.

Esercizi consigliati: *Ex. 19*.

**Lezione 42**  
**27/01/2020**

### **II ESONERO**

Prova in itinere sul programma svolto dalla lezione 20 fino a fine corso.