

Diario delle lezioni di Calcolo e Biostatistica (Canale A-E)

CdL: Scienze Biologiche

Il presente diario vale come Programma consuntivo del corso per l'esame orale.

Libri di riferimento

- [BEM] D. Benedetto, C. Maffei, M. Degli Esposti: "Matematica per le scienze della vita".
- [MS] P. Marcellini, C. Sbordone: "Elementi di analisi matematica 1 - Versione semplificata per i nuovi corsi di laurea".
- [MS1] P. Marcellini, C. Sbordone: "Esercitazioni di matematica" (Vol. 1, Pt. 1).
- [MS2] P. Marcellini, C. Sbordone: "Esercitazioni di matematica" (Vol. 1, Pt. 2).
- [G] R. Giuliano: "Argomenti di Probabilità e Statistica".
- [R] Sheldon M. Ross: "Probabilità e statistica per l'ingegneria e per le scienze".

Per quanto riguarda gli esercizi, consiglio anche le schede relative ai seguenti corsi:

- [TSI] **TSI - Tutorato speciale introduttivo**
- [MG1819] **Matematica Generale 2018/2019**
- [MG1718] **Matematica Generale 2017/2018**
- [I1617] **Analisi Matematica 1 2016/2017**

Legenda: **Calcolo**, **Biostatistica**

I PARTE: CONOSCENZE DI BASE / I PARTE: CALCOLO COMBINATORIO

Lezione 1 **03/10/2019**

Insiemi

Insiemi e operazioni insiemistiche (unione, intersezione, differenza, complementare). Prodotto cartesiano. Diagrammi di Venn. Concetto di cardinalità. Paradosso di Russel.
Numeri naturali, interi, razionali, reali.
Esempi ed esercizi.
Esercizi consigliati: 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6 pag. 57 [BEM].

Lezione 2
08/10/2019

Funzioni

Definizione di funzione e concetti correlati (dominio, immagine, codominio, grafico). Funzioni iniettive, suriettive, biettive, composte, inverse, monotone, pari, dispari.

Funzioni lineari e quadratiche.

Esempi ed esercizi.

Esercizi consigliati: 4.2, 4.5, 4.6, 4.9, 4.10, 4.13, 4.14 pag. 176; 5.4, 5.7, 5.9, 5.10, 5.12 [BEM].

Lezione 3
9/10/2019

Funzioni prototipo

Potenze ad esponente intero, potenze ad esponente reale, funzioni esponenziali, funzioni logaritmiche.

Esempi ed esercizi.

Esercizi consigliati: [TSI, MG1718, MG1819, I1617].

Lezione 4
10/10/2019

L'arte di contare

Alcuni problemi di enumerazione di oggetti. Permutazioni, disposizioni con e senza ripetizione, combinazioni. Fattore binomiale (definizione, binomio di Newton). Triangolo di Tartaglia.

Esempi ed esercizi.

Lezione 5
14/10/2019

Funzioni trigonometriche

Quantità invarianti per riscaldamento e funzioni trigonometriche: $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$. Proprietà elementari. Inverse locali: $\arcsin y$, $\arccos y$, $\arctan y$.

Esempi ed esercizi.

Esercizi consigliati: [TSI].

Lezione 6
15/10/2019

Valore assoluto

Definizione ed esercizi.

Esercitazione

Esercizi di consolidamento per le lezioni 2, 3, 5.

Esercizi consigliati: [MS1, Capitolo 3], Ex. 1.

II PARTE: SUCCESSIONI / II PARTE: PROBABILITÀ DISCRETA

Lezione 7
17/10/2019

Concetti fondamentali

L'insieme S degli esiti possibili (spazio degli esiti). Proposizioni elementari e sottoinsiemi di S (eventi).

Operazioni sulle proposizioni elementari (ET, OR, NOT) e corrispondenti operazioni sugli eventi (intersezione, unione, complementare).

Esempi ed esercizi.

Vedere [R, Sezioni 3.2 e 3.3] oppure [G, Sezioni 1.1 e 1.2]. Esercizi consigliati: [R, Capitolo 3 n. 1,...,9].

Lezione 8
21/10/2019

Successioni

Definizione, grafico, crescita, decrescenza. Visualizzazione grafica di successioni.

Limite per successioni

Definizione, visualizzazione del limite mediante il grafico cartesiano.

Esempi ed esercizi.

Esercizi consigliati: Ex. 3 n. 1, 2.

Lezione 9
22/10/2019

Tecniche di calcolo del limite

Unicità del limite. Definizione di successione divergente. Operazioni con i limiti. Teoremi di confronto per successioni convergenti e divergenti. Limite di successioni monotone. Successioni con "competizione" tra fattori.

Esercizi consigliati: Ex. 3 n. 3.

Lezione 10
28/10/2019

Probabilità

Probabilità di un evento nel caso di uno spazio degli esiti S finito. Proprietà elementari della probabilità.

Gli assiomi della probabilità su un generico spazio S : monotonia, normalizzazione, σ -additività su insiemi disgiunti.

Esercizi.

Esercizi consigliati: Ex. 4.

Lezione 11
29/10/2019

Forme indeterminate

Forme indeterminate $\left[\frac{0}{0}\right]$, $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$, $[0 \cdot \infty]$, $[1^\infty]$, $[\infty - \infty]$ per successioni.

Esercizi.

Lezione 12
31/10/2019

Esercitazione

Esercizi di consolidamento sulle lezioni 9, 10 e 11.

Esercizi consigliati: Ex. 5.

Lezione 13
04/11/2019

Spazio degli esiti equiprobabili

Il caso di esiti equiprobabili come caso particolare della teoria generale.

Eventi indipendenti

Indipendenza di due eventi A, B , indipendenza di A, B^c data l'indipendenza di A, B , condizioni per l'indipendenza di $A, B \cap C$.

Esempi ed esercizi.

Vedere Ex. 6.

III PARTE: ELEMENTI DI ALGEBRA LINEARE / II PARTE: PROBABILITÀ DISCRETA

Lezione 14
05/11/2019

Vettori

Vettori di \mathbb{R}^n , definizione generale, rappresentazione geometrica. Operazioni algebriche tra vettori: addizione, sottrazione, moltiplicazione per uno scalare, prodotto scalare tra vettori.

Combinazione lineare tra vettori.

Esempi ed esercizi.

Lezione 15
07/11/2019

Rette e piani

Retta dei vettori collineari ad un vettore dato, retta dei vettori ortogonali ad un vettore dato. Equazioni di una retta nel piano.

Equazione del piano nello spazio, condizione di parallelismo tra piani.

Esempi ed esercizi.

Sistemi lineari

Sistemi lineari in due e tre variabili e loro risolubilità.

Esempi ed esercizi.

| | |
|---------------------------------|---|
| Lezione 16 11/11/2019 | Matrici Definizione, somma tra matrici, moltiplicazione per scalare, prodotto matrice-vettore, determinante di matrici 2×2 e 3×3 , sistemi di equazioni lineari, Teorema di Cramer. Esempi e esercizi. |
| Lezione 17 12/11/2019 | Probabilità condizionata Probabilità di un evento condizionata al verificarsi di un altro evento. Formula di Bayes. Esempi e esercizi. |
| Lezione 18 14/11/2019 | Esercitazione Esercizi di consolidamento sulle lezioni 15, 16 e 17. <i>Esercizi consigliati: Ex. 8.</i> |
| Lezione 19 15/11/2019 | Spazi di probabilità uniformi Esempio di n lanci di una moneta equilibrata. Successione di prove indipendenti Esempio di n lanci di una moneta truccata. Formula binomiale Esempi ed esercizi. <i>Esercizi consigliati: Ex. 9.</i> |

IV PARTE: FUNZIONI REALI DI VARIABILE REALE

| | |
|---------------------------------|--|
| Lezione 20 22/11/2019 | Limiti di funzioni all'infinito Limite finito e asintoto orizzontale, limite infinito (in entrambi i casi: definizione analitica e mediante il grafico). Limiti di funzioni in un punto x_0 Definizione (correlazione tra la vicinanza nell'insieme di arrivo e vicinanza nell'insieme di partenza). Esempi ed esercizi. <i>Esercizi consigliati: [MG1718, MG1819], Ex. 11. n. 1, 2, 3</i> |
| Lezione 21 25/11/2019 | Limiti unilateri (destra o sinistra) Esempio motivante, definizione. Continuità Continuità in un punto e globale. Punti di discontinuità. Esempi ed esercizi. <i>Esercizi consigliati: [MG1718, MG1819], Ex. 11 n. 3, 4, 5.</i> |
| Lezione 22 26/11/2019 | Limiti notevoli Esempi ed esercizi. <i>Esercizi consigliati: [MG1718, MG1819], Ex. 11 n. 2.</i> Esercitazione <i>Esercizi di consolidamento sulle lezioni 20, 21 e 22.</i> |

Lezione 23
28/11/2019

Studi qualitativi di funzioni - parte I

Studi qualitativi di funzioni senza il calcolo delle derivate.

Derivate

Rapporto incrementale e derivata di una funzione: definizione analitica, significato geometrico e significato fisico. Regole di derivazione della somma, del prodotto (regola di Leibniz) e del rapporto di funzioni.

Esercizi consigliati: Ex. 13 dal n. 1 al n. 4

Lezione 24-25
29/11/2019
Aula Valerio Giacomini

Ricapitolazione ed esercizi

Simulazione d'esonero fino alla lezione 19 inclusa.

Lezione 26
02/12/2019

I ESONERO

Prova in itinere sul programma svolto fino alla lezione 19 inclusa.

Regole di derivazione

Regola di derivazione di funzioni composte e funzione inversa. Derivazione di polinomi, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche. Derivazione di funzioni composte.

Punti di discontinuità delle derivate

Punto angoloso, cuspide, flessi a tangente verticale.

Massimi e minimi

Massimi e minimi relativi ed assoluti (globali).

Teoremi di calcolo differenziale

Teorema di Fermat, Teorema di Rolle, Teorema di Lagrange, Criterio di monotonia.

Esercizi consigliati: [MS2, Cap. 1], Ex. 13 Ex. 13 dal n. 1 al n. 6.

Lezione 27-28
05/12/2019

Studi qualitativi di funzioni - parte II

Studi qualitativi di funzioni con il calcolo delle derivate.

Esercitazione

Esercizi di consolidamento sulle lezioni 23, 27 e 28.

Esercizi consigliati: [MS2, Cap. 2], Ex. 13 n. 7.

Lezione 29
06/12/2019
Aula Valerio Giacomini

V PARTE: INTEGRALI

Lezione 30
9/12/2019

Primitiva di una funzione

Legame tra una funzione e le sue primitive. Esempio con moto uniforme e moto con velocità costante a tratti.

Integrali definiti

Calcolo dell'area sottostante il grafico di una funzione. Approssimazione per difetto e per eccesso con pluri-rettangoli subordinati ad una partizione dell'intervallo.

Definizione e proprietà degli integrali definiti: additività, linearità, confronto tra integrali.

Esercizi consigliati: [MS2, Cap. 5], Ex. 14 n. 1, 2, 4.

Teorema della media, Teorema fondamentale del calcolo integrale

Integrali indefiniti

Lezione 31
10/12/2019

Metodi di integrazione

Sostituzione di variabile, integrazione per parti.

Esempi ed esercizi.

Esercizi consigliati: [MS2, Cap. 4], Ex. 14.

Integrali di funzioni razionali

Lezione 32
16/12/2019

Integrali impropri

Integrali impropri di prima specie (integrali calcolati su intervalli illimitati).

Esempi ed esercizi.

Esercizi consigliati: [MS2, Cap. 4], Ex. 15.

Lezione 33
17/12/2019

Esercitazione

Esercizi di consolidamento dalla lezione 30 alla 32.

Esercizi consigliati: Ex. 15.

Merry
Christmas

IV PARTE: VARIABILI ALEATORIE

Lezione 34
07/01/2020

Variabili aleatorie

Definizione di variabile aleatoria. Distribuzione di variabili aleatorie. Rappresentazione grafica.

Esempi ed esercizi.

Esercizi consigliati: Ex. 16 n. 1, 2, 3.

Media e varianza di una variabile aleatoria

Definizione e significato empirico. Proposizione sulle proprietà della media. Rappresentazione di media e varianza tramite la distribuzione della variabile aleatoria.

Esempi ed esercizi.

Lezione 35-36
09/01/2020

Variabili aleatorie discrete notevoli

Variabili aleatorie con distribuzione binomiale. Contesto di utilizzo, legge di distribuzione, media e varianza.

Variabili aleatorie con distribuzione di Poisson. Contesto di utilizzo ("call center"), legge di distribuzione, normalizzazione e media.

Esempi ed esercizi.

Esercizi consigliati: Ex. 16 n. 4, ..., 9.

Lezione 37
10/01/2020
Aula Valerio Giacomini

Variabili aleatorie continue notevoli

Variabili con distribuzione uniforme: contesto di utilizzo, legge di distribuzione, normalizzazione, media e varianza.

Variabili con distribuzione gaussiana: contesto di utilizzo, legge di distribuzione, normalizzazione, media e varianza.

Esempi ed esercizi.

Esercizi consigliati: *Ex. 16* n. 10, ..., 17.

Lezione 38
13/01/2020

Esercitazione

Esercizi di consolidamento dalla lezione 34 alla 37.

Esercizi consigliati: *Ex. 16*, *Ex. 17*.

Lezione 39
14/01/2020

Ricapitolazione ed esercizi

Esercizi di ripasso dalla lezione 20 a 32

Esercizi consigliati: *Ex. 18* n. 1, ..., 10.

Lezione 40
15/01/2020
Aula 2 Blu

Ricapitolazione ed esercizi

Esercizi di ripasso dalla lezione 32 a 37

Esercizi consigliati: *Ex. 18* n. 11, ..., 14.

Lezione 41
16/01/2020

Ricapitolazione ed esercizi

Esercizi di ripasso dalla lezione 1 a 19.

Esercizi consigliati: *Ex. 19*.

Lezione 42
27/01/2020

II ESONERO

Prova in itinere sul programma svolto dalla lezione 20 fino a fine corso.