Sapienza Università degli Studi di Roma

Esercizi per il corso Calcolo e Biostatistica
Corso di Laurea in Scienze Biologiche

Docente: Martina Magliocca

Esercizi di ripasso (dalla lezione 1 alla lezione 19)

1. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti di successione:

(1.1) $\lim_{n\to+\infty} \frac{1-2n+n\sqrt{n}}{2-10n+3n\sqrt{n}}$;

(1.2) $\lim_{n\to+\infty} \frac{1-2n+n\sqrt{n}}{2-10n+3n\sqrt[3]{n}}$;

(1.3) $\lim_{n\to+\infty} \frac{-3n^3\sin\left((n+1)\frac{\pi}{2}\right)-2n^2+\sqrt{n}}{-3n+n^2-2n^3}$;

(1.4) $\lim_{n\to+\infty} \frac{3-\sqrt{2n}}{3+\sqrt{2n}}$;

(1.5) $\lim_{n\to+\infty} \frac{2-(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$;

(1.6) $\lim_{n\to+\infty} \frac{n^{\frac{3}{2}}+\log_3 n^2-3^n}{n^{\frac{5}{2}}+\log_4^2 n+3^{n-1}}$;

(1.7) $\lim_{n\to+\infty} \frac{(n-2)!-(n+1)!}{n^2(n-1)!}$;

(1.8) $\lim_{n\to+\infty} \left(1-\frac{1}{3n}\right)^{2n}$;

(1.9) $\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{4n}$;

(1.10) $\lim_{n\to+\infty} \frac{\cos\frac{2}{\sqrt{n}}-1}{\sin\frac{1+n}{n^2}} - n^2e^{-\frac{n}{3}}$;

(1.11) $\lim_{n\to+\infty} \sqrt{n^2-3}-n$.

2. Determinare il vettore $\boldsymbol{v}$ di modulo $|\boldsymbol{v}|=4$ che forma un angolo di $\frac{\pi}{6}$ con l'asse x.

3. Dato il vettore $\boldsymbol{v}=(2\sqrt{2},-2\sqrt{2})$ determinare l'angolo che forma con l'asse x.

4. Dati i vettori $\boldsymbol{v}=(-1,3,4)$, $\boldsymbol{z}=(0,1,-1)$ e $\boldsymbol{w}=(-1,2,2)$, verificare se sono linearmente indipendenti.

5. Dati i vettori $\boldsymbol{v}=(-k,3)$, $\boldsymbol{z}=(2,1+k)$, determinare, se esiste, il valore $k\in\mathbb{R}$ tale che $\boldsymbol{v}\perp\boldsymbol{z}$ e $\boldsymbol{v}\parallel\boldsymbol{z}$.

6. Risolvere i seguenti sistemi lineari $A\boldsymbol{v}=\boldsymbol{b}$, dove $\boldsymbol{v}=(x,y)$ oppure $\boldsymbol{v}=(x,y,z)$ e

(6.1) $A=\begin{pmatrix} k & -2 \\ -3k & -2k \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(6.2) $A=\begin{pmatrix} 0 & 2k & -1 \\ 0 & 0 & k+1 \\ -3 & -k & -2 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

(6.3) $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

(6.4) $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Utilizzare sia il metodo di Cramer (se possibile) che un altro metodo a scelta.

7. Lanciamo due dadi e, definiti gli eventi $A=\{\text{la somma è } 8\}$, $B=\{\text{la differenza ha modulo uguale a } 2\}$, calcolare la probabilità

(7.1) di A e B;

(7.2) di A o B.

(7.3) di B sapendo che è successo A;

(7.4) di A sapendo che è successo B.

8. Durante una gita in barca un turista afferma di vedere un delfino. In quelle acque, si possono trovare delfini (il 90% delle volte) e squali (il 10% delle volte). A causa del riflesso della luce solare, un turista può identificare correttamente il tipo di pesce con una probabilità del 70%. Quanto vale la probabilità che il pesce avvistato dal turista sia veramente un delfino?