

# *Sapienza* Università degli Studi di Roma

ESERCIZI PER IL CORSO CALCOLO E BIOSTATISTICA  
CORSO DI LAUREA IN SCIENZE BIOLOGICHE

DOCENTE: MARTINA MAGLIOCCA

ESERCIZI DI CONSOLIDAMENTO SULLE VARIABILI ALEATORIE

1. Ci sono due semafori con

$$P(\{\text{è verde}\}) = 0.5, \quad P(\{\text{è giallo}\}) = 0.1, \quad P(\{\text{è rosso}\}) = 0.4,$$

e si attraversano entrambi. Trovare la densità discreta della v.a.  $F$  definita come il numero di rossi incontrati.

2. Si lancia una moneta 3 volte e si considera la v.a. definita come la differenza tra il numero di teste e il numero di croci uscite. Trovare la densità discreta di tale v.a..
3. La v.a.  $F$  assume i valori  $\{-1, 0, 1\}$  rispettivamente, con probabilità 0.5, 0.2, 0.3. Trovare la densità discreta della v.a.  $F^2$ .
4. Si lanciano due dadi non truccati.

(4.1) Si trovi la distribuzione di probabilità della v.a.

$$F = \begin{cases} 3 & \text{se } s \geq 11, \\ 2 & \text{se } 8 \leq s < 11, \\ 1 & \text{se } 4 \leq s < 8, \\ 0 & \text{se } 2 \leq s < 4, \end{cases}$$

dove  $s$  è la somma dei punteggi dei dadi.

(4.2) Si calcolino  $\mathbb{E}(F)$ ,  $Var(F)$ .

5. Si lanciano 4 monete identiche non truccate.

(5.1) Si trovino i valori che può assumere la v.a.

$$F = N_T - N_C,$$

dove  $N_T$ ,  $N_C$  sono il numero di testa e croce ottenuti, e la distribuzione di probabilità

(5.2) Si calcolino  $\mathbb{E}(F)$ ,  $Var(F)$ .

6. Si lancia 5 volte un dado non truccato.

(6.1) Qual è la probabilità di ottenere 4 volte un numero multiplo di 3?

(6.2) Si trovino i valori assunti dalle v.a.

$$F = \# \text{ lanci in cui il punteggio è multiplo di 3,}$$

e se ne trovi la distribuzione di probabilità.

(6.3) Si calcolino  $\mathbb{E}(F)$ ,  $Var(F)$ .

7. La probabilità che un cliente che entra in un negozio di elettrodomestici compri un computer è del 20%.

(7.1) Se nel negozio ci sono 7 clienti, quanti in media non comprano un computer?

- (7.2) Con che probabilità almeno uno dei 7 compra un computer?
- (7.3) È più probabile che un solo cliente compri un computer o che lo comprino più di tre clienti?
8. Un'azienda che produce e vende elettricità ha un centralino di reclami e segnalazione guasti che è operativo dalle 9:00 alle 21:00. Il centralino riceve, in media, una chiamata ogni due minuti. Calcolare la probabilità che
- (8.1) il centralino riceve più di due chiamate in un minuto;
- (8.2) il centralino riceve quattro chiamate in 5 minuti.
9. Il responsabile della produzione di un'azienda ha rilevato che, negli ultimi 100 giorni, si sono riscontrate 10 anomalie. Qual è la probabilità di almeno 2 guasti nei 3 giorni successivi?
10. Trovare la media  $m$  e la deviazione standard  $\sigma$  di una v.a. uniforme  $U$  su  $[0, 10]$ . Calcolare la probabilità dell'evento  $\{U > m + \sigma\}$ .
11. Una v.a. assume valori in  $[5, b]$ . Trovare  $b$  in modo che la deviazione standard sia 2.
12. Trovate per la strada una scheda telefonica da 10 euro e non sapete se sia mai stata usata, quindi non siete in grado di dire quanti euro siano ancora disponibili. Se indicate con  $X$  l'ammontare disponibile nella scheda, spiegare perché è ragionevole assumere che  $X$  sia una v.a. continua distribuita con legge uniforme.
- (12.1) Se volete fare una telefonata da 2 euro, con quale probabilità la scheda vi permetterà di fare la telefonata?
- (12.2) Quanti soldi sono disponibili in media su quella scheda?
13. Sia  $g(x)$  la densità di una v.a. gaussiana di media  $m$  e varianza  $\sigma^2$ . Qual è il suo massimo valore ed in che punto è assunto? In quali punti assume la metà del valore massimo?
14. Per la normale standard  $Z$  calcolare le probabilità degli eventi
- (14.1)  $\{Z > 3\}$ ;      (14.2)  $\{Z < 1.3\}$ ;      (14.3)  $\{Z > -2.45\}$ ;      (14.4)  $\{-3 < Z < 2\}$ ;      (14.5)  $\{-2 < Z < 2\}$ .
15. Sia  $G$  una v.a. gaussiana di media  $m = -8$  e varianza  $\sigma^2 = 9$ . Calcolare le probabilità degli eventi
- (15.1)  $\{G < -5\}$ ;      (15.2)  $\{G < -11\}$ ;      (15.3)  $\{-11 < G < -5\}$ ;      (15.4)  $\{-8 < G < -2\}$ .
16. Supponiamo che la distribuzione di pesi degli individui di una popolazione abbia una distribuzione gaussiana con media  $m = 61$  kg e scarto quadratico medio  $\sigma = 5$  kg. Scrivere l'equazione della gaussiana relativa e tracciarne il grafico. Calcolare la percentuale di individui il cui peso è
- (16.1) inferiore a 56 kg;      (16.3) inferiore a 53 kg;      (16.5) compreso tra 59 kg e 63 kg.
- (16.2) superiore a 66 kg;      (16.4) superiore a 69 kg;
- e interpretare i risultati sul grafico della gaussiana.
17. Le altezze di un certo gruppo di reclute sono distribuite con buona approssimazione secondo una curva gaussiana con media  $m = 170$  cm e scarto quadratico medio  $\sigma = 5$  cm. Le divise sono disponibili in 5 taglie:
- A: per individui di altezza minore o uguale a 161 cm;
- B: per individui di altezza compresa tra 161 cm e 167 cm;
- C: per individui di altezza compresa tra 168 cm e 173 cm;
- D: per individui di altezza compresa tra 174 cm e 179 cm;
- E: per individui di altezza maggiore o uguale a 180 cm.

Stimare il numero di divise delle varie taglie occorrenti per 750 reclute.