

Sapienza Università degli Studi di Roma

ESERCIZI PER IL CORSO CALCOLO E BIOSTATISTICA

CORSO DI LAUREA IN SCIENZE BIOLOGICHE

DOCENTE: MARTINA MAGLIOCCA

ESERCIZI DI CONSOLIDAMENTO SU INTEGRALI DEFINITI, INDEFINITI, RAZIONALI E IMPROPRI

1. Date le funzioni

$$f(x) = 4e^{2x-1} \quad \text{e} \quad g(x) = 2e^{-3x+2},$$

calcolare l'area della superficie compresa tra $f(x)$, $g(x)$ e dall'asse x nell'intervallo $[-1, 2]$.

2. Calcolare l'area della superficie compresa tra

$$f(x) = x\sqrt{x^2 + 1},$$

l'asse x e la retta $x = 2$.

3. Nello studio di un gruppo di organismi presenti in un certo ambiente, si rileva che la numerosità di una popolazione varia con la legge

$$N(t) = \frac{54}{1 + 5e^{-t}},$$

dove t è misurato in anni. Quanti organismi ci sono al tempo $t = 0$? Quanti organismi ci sono in media nell'intervallo di tempo $[0, 4]$?

4. Calcolare i seguenti integrali definiti ed indefiniti:

$$(4.1) \int 2x \log(x - 5) dx;$$

$$(4.11) \int x^2 e^{3x} dx;$$

$$(4.21) \int \frac{x}{(x-1)(x-2)} dx;$$

$$(4.2) \int \frac{\log x}{x} dx;$$

$$(4.12) \int x^3 \log x dx;$$

$$(4.22) \int \frac{1+x}{x^2-6x+9} dx;$$

$$(4.3) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + 1} dx;$$

$$(4.13) \int x^3(8+x^4)^{\frac{5}{3}} dx;$$

$$(4.23) \int \frac{2x+4}{x(x^2+1)} dx;$$

$$(4.4) \int x \sin x dx;$$

$$(4.14) \int \frac{1}{1+e^x} dx;$$

$$(4.24) \int \frac{2x+4}{x(x^2+1)^2} dx;$$

$$(4.5) \int_0^1 \frac{2x+3}{x^2+3x+2} dx;$$

$$(4.15) \int x \sin(3x^2+5) dx;$$

$$(4.25) \int \frac{2x-1}{(x-1)(x-2)} dx;$$

$$(4.6) \int \tan x dx;$$

$$(4.16) \int \frac{x}{\sqrt{(x^2+2)^3}} dx;$$

$$(4.26) \int \frac{x^2-6}{x^3+6x^2+12x} dx;$$

$$(4.7) \int_3^5 \frac{1}{2x-1} dx;$$

$$(4.17) \int \cos x \sqrt{\sin x} dx;$$

$$(4.27) \int \frac{x^5}{x^3-1} dx;$$

$$(4.8) \int \frac{4}{3-6x} dx;$$

$$(4.18) \int_0^1 \frac{1}{x^2+x+1} dx;$$

$$(4.28) \int \frac{x^2-2x+1}{x^2-6x+9} dx.$$

$$(4.9) \int e^x(x^2-x) dx;$$

$$(4.19) \int \frac{x}{x^2+1} dx;$$

$$(4.10) \int_1^2 \sqrt{x} \log x dx;$$

$$(4.20) \int_3^4 \frac{1}{x^2-3x+2} dx;$$

5. Determinare per quale valore del parametro reale $a > 1$ sono verificate le seguenti uguaglianze:

$$(5.1) \int_a^{2e} \log \frac{x}{2} dx = 4 - 2e;$$

$$(5.3) \int_0^a \frac{2x^2}{x^3+8} dx = \frac{4}{3} \log 3 - 2 \log 2;$$

$$(5.2) \int_1^a \frac{2(x+1)}{x^2+2x} dx = \log 10 - \log 3;$$

$$(5.4) \int_0^a \frac{2e^x}{e^x+1} dx = \log 4.$$

6. Dire se i seguenti integrali impropri convergono o meno e calcolarli se sono convergenti.

$$(6.1) \int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{1+x^2} dx;$$

$$(6.4) \int_e^{+\infty} \frac{1}{x \log x} dx;$$

$$(6.7) \int_2^{+\infty} \frac{x+2}{x^2(x^2-x+2)} dx;$$

$$(6.2) \int_e^{+\infty} \frac{\log x}{x^2} dx;$$

$$(6.5) \int_4^{+\infty} \frac{x}{x^2-3} dx;$$

$$(6.8) \int_0^{+\infty} x e^{-x+4} dx;$$

$$(6.3) \int_{-\infty}^1 e^{-3x} dx;$$

$$(6.6) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(3x+2)^2} dx;$$

$$(6.9) \int_2^{+\infty} \frac{e^x}{2+e^x} dx.$$

7. Calcolare l'area di piano compresa tra l'asse delle ascisse e $f(x)$, per $f(x)$ definita come

$$(7.1) f(x) = x \log x;$$

$$(7.2) f(x) = x^2 e^{-x};$$

$$(7.3) f(x) = x e^{-x^2}.$$