

Sapienza Università degli Studi di Roma

ESERCIZI PER IL CORSO CALCOLO E BIOSTATISTICA

CORSO DI LAUREA IN SCIENZE BIOLOGICHE

DOCENTE: MARTINA MAGLIOCCA

ESERCIZI DI CONSOLIDAMENTO SU DERIVABILITÀ E STUDIO DI FUNZIONI

1. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni

$$\begin{array}{llll} (1.1) 3x^2 + 5x + 4; & (1.5) \sin^2 x; & (1.9) \tan x + \frac{1}{\cos x}; & (1.12) \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}; \\ (1.2) x^3 - 2x + \cos x; & (1.6) 2^x |x|; & (1.10) \frac{e^x}{x^2}; & (1.13) \frac{1 + e^x}{1 - e^x}; \\ (1.3) x \sin x + \cos x; & (1.7) e^{2x} \cos x; & (1.11) \frac{3x + 2}{2x - 3}; & (1.14) \cos \frac{x}{e^x}. \\ (1.4) \sin x \cos x + x; & (1.8) x \log x - x; & & \end{array}$$

2. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni nei punti indicati:

$$\begin{array}{lll} (2.1) x^3 - 4x + 2 \text{ in } x = 0; & (2.4) 1 - e^{x^2} \text{ in } x = 1; & (2.7) e^{-x} \sin x \text{ in } x = 0; \\ (2.2) \cos x - 3x \text{ in } x = \frac{\pi}{2}; & (2.5) x^2 - 16e^x \text{ in } x = 0; & (2.8) \frac{4 - x}{2 + 3x} \text{ in } x = 2; \\ (2.3) \sqrt{x^4 + 1} \text{ in } x = 1; & (2.6) (2x^4 + 1)^5 \text{ in } x = 1; & (2.9) x\sqrt{x} \text{ in } x = 4. \end{array}$$

3. Determinare le rette tangenti alle seguenti funzioni nei punti indicati:

$$\begin{array}{lll} (3.1) \log(6x - 4) \text{ in } x = \pm 1; & (3.4) \frac{x + 3}{x - 5} \text{ in } x = 1, x = 5; & (3.7) x^2 + \sqrt{5 + 4e^{-x}} \text{ in } x = 0; \\ (3.2) \sqrt{x} + x \text{ in } x = 4; & (3.5) \arctan(3x + 1) \text{ in } x = 0; & (3.8) \log(2x + 3)x \text{ in } x = 0; \\ (3.3) \sin x \cos x \text{ in } x = \frac{\pi}{4}; & (3.6) e^{-x} \sin x \text{ in } x = 0; & (3.9) 4x + 3e^{2x} + \log x \text{ in } x = 1. \end{array}$$

(Attenzione ai domini della funzione e della derivata!)

4. Determinare se le seguenti funzioni sono continue nel loro dominio e classificare eventuali punti di discontinuità per la derivata. Eventuali parametri sono assunti reali.

$$\begin{array}{ll} (4.1) f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x & \text{se } 0 < x \end{cases} ; & (4.3) f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(ax)}{8x} & \text{se } x < 0 \\ (b - 1)\sqrt{x} + \cos x & \text{se } x \geq 0 \end{cases} ; \\ (4.2) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1 - x} & \text{se } x \leq 0 \\ xe^{ax} + b & \text{se } 0 < x \end{cases} ; & (4.4) f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} & \text{se } x > 0 \\ ax + b & \text{se } x \geq 0 \end{cases} . \end{array}$$

5. Determinare eventuali punti di minimo o di massimo per le funzioni dell'esercizio 1 n. (1.1), (1.5), (1.7), (1.10), (1.11), (1.12), (1.13).

6. Determinare gli insiemi in cui le seguenti funzioni sono crescenti o decrescenti:

$$\begin{array}{lll} (6.1) x^3 - 4x + 2; & (6.3) \sqrt{x} - 2\sqrt{x + 2}; & (6.5) e^x(1 - x); \\ (6.2) x^3 - 3x^2 + 3x + 4; & (6.4) x \cos x; & (6.6) \frac{\log(x + 2)}{x + 1}. \end{array}$$

7. Disegnare il grafico qualitativo (studio del segno, eventuali parità, asintoti verticali, orizzontali, obliqui, punti di minimo e massimo, monotonia) delle seguenti funzioni:

$$(7.1) \frac{2}{x-2} + \frac{x}{4};$$

$$(7.2) \frac{x-1}{x^2-x-6};$$

$$(7.3) \frac{2x^2+3}{x-2}$$

$$(7.4) e^{-x} - e^{-3x};$$

$$(7.5) 2 \sin x - \sin 2x;$$

$$(7.6) 2x + \sqrt{x^2-1};$$

$$(7.7) \frac{\log x}{x};$$

$$(7.8) \frac{2 \sin x - 1}{\cos x};$$

$$(7.9) \sqrt{2x+1} - \sqrt{x-1};$$

$$(7.10) \sqrt[3]{x}e^{-x^2};$$

$$(7.11) e^x \sqrt[3]{x^2};$$

$$(7.12) \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{3} \sin x - \cos x};$$

$$(7.13) x^2 - x\sqrt{x};$$

$$(7.14) \log(x(x-2));$$

$$(7.15) (2x^3 + 7x)e^{-x^2}.$$

Per le funzioni in (7.5), (7.8) e (7.12) si assuma $x \in [0, 2\pi]$.