

TD3

5 OCTOBRE 2022

Intégrales

Exercice 1. Montrer à l'aide du théorème des accroissements finis que $\forall x \in [0, \pi/2], 1-x \leq \cos x < 1$.

Exercice 2 (Intégrales). Calculer les intégrales suivantes :

$$(2.1) \int_0^1 (3x^3 - 2x + 1) dx \quad (2.9) \int (4 - 5x)^3 dx \quad (2.17) \int e^x (x^2 - x) dx$$

$$(2.2) \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx \quad (2.10) \int 2x \log(x-5) dx \quad (2.18) \int_1^2 \sqrt{x} \log x dx$$

$$(2.3) \int_1^e \frac{\log x}{\sqrt{x}} dx \quad (2.11) \int \frac{\log x}{x} dx \quad (2.19) \int x^2 e^{3x} dx$$

$$(2.4) \int_1^e \frac{\log x}{x(2 + \log x^2)} dx \quad (2.12) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + 1} dx \quad (2.20) \int x^3 \log x dx$$

$$(2.5) \int \frac{6}{x^3} dx \quad (2.13) \int x \sin x dx \quad (2.21) \int x^3 (8 + x^4)^{\frac{5}{3}} dx$$

$$(2.6) \int \log(1-x) dx \quad (2.14) \int \tan x dx \quad (2.22) \int x \sin(3x^2 + 5) dx$$

$$(2.7) \int \frac{2+7x}{x^2} dx \quad (2.15) \int_3^5 \frac{1}{2x-1} dx \quad (2.23) \int \frac{x}{\sqrt{(x^2+2)^3}} dx$$

$$(2.8) \int -e^{-2x} dx \quad (2.16) \int \frac{4}{3-6x} dx \quad (2.24) \int \frac{x}{x^2+1} dx$$

Exercice 3 (Aire). Calculez l'aire de la partie du plan comprise entre le demi-plan d'ordonnées positives et le graphe des fonctions

$$(3.1) x \cos(3x^2) \text{ en } \left[0, \sqrt{\frac{\pi}{6}}\right] \quad (3.2) x \sin(5x^2) \text{ en } \left[0, \sqrt{\frac{\pi}{5}}\right] \quad (3.3) \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) \text{ en } \left[0, \frac{\pi}{6}\right]$$

Exercice 4 (Aire). Calculez l'aire de la partie du plan comprise entre

$$(4.1) f(x) = \sqrt{2-x}, g(x) = x \text{ et le semi-axe positif des abscisses;}$$

(4.2) $f(x) = 4e^{2x-1}$, $g(x) = 2e^{-3x+2}$ et l'axe x en $[-1, 2]$;

(4.3) $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$, l'axe x et la droite $x = 2$.

Exercice 5. Dans l'étude d'un groupe d'organismes dans un certain environnement, on constate que la densité d'une population varie selon la loi

$$N(t) = \frac{54}{1 + 5e^{-t}},$$

où t est mesuré en années. Combien d'organismes y a-t-il au temps $t = 0$? Combien d'organismes y a-t-il en moyenne dans l'intervalle de temps $[0, 4]$?