

TD1

21 SEPTEMBRE 2022

Domaine de définition d'une fonction, fonctions composées et calcul des limites

**Exercice 1** (Domaine de  $f$ ). Donner le plus grand ensemble de définition possible pour les fonctions suivantes :

$$(1.1) f(x) = \sqrt{x(x-1)(x+2)}$$

$$(1.2) f(x) = \log\left(\frac{x^2-1}{x-2}\right)$$

$$(1.3) f(x) = x^2 - 1 + \sin^2 x$$

$$(1.4) f(x) = \frac{\tan x - x}{x^2 \cos x}$$

$$(1.5) f(x) = \frac{\sin^2(2x) - \cos(3x)}{\tan x}$$

$$(1.6) f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^4 - x^2 + 1}$$

$$(1.7) f(x) = \sqrt{\log\left(\frac{x-1}{x}\right)}$$

$$(1.8) f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$

$$(1.9) f(x) = (x-5)e^{\frac{1}{x-6}}$$

$$(1.10) f(x) = 2\sqrt{x^2 - 5x + 6} + 3$$

$$(1.11) f(x) = \frac{2x^2 + 5}{4x}$$

$$(1.12) f(x) = x \log(x^2 - 3)$$

$$(1.13) f(x) = (x^2 + 2x)e^x$$

Vérifier si les fonctions des points 1.3, 1.4, 1.5, 1.6 sont paires, impaires, ou ni l'un ni l'autre.

**Exercice 2** (Fonctions composées). Soit  $u$  et  $v$  deux fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par

$$u : x \rightarrow 2x - 8 \quad \text{et} \quad v : x \rightarrow x^2$$

Donner les ensembles de définition et les expressions des fonctions

$$(u \circ v)(x) = u(v(x)) \quad \text{et} \quad (v \circ u)(x) = v(u(x))$$

**Exercice 3** (Fonctions composées). Soient  $f(x)$  et  $g(x)$

---

$\log = \log_e = \ln$

$$(3.1) \quad f(x) = \frac{x-1}{x}, \quad g(x) = 2x+3$$

$$(3.3) \quad f(x) = 2^x, \quad g(x) = x^2 - x - 2$$

$$(3.2) \quad f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}, \quad g(x) = x^2 + 2$$

$$(3.4) \quad f(x) = e^{x^2-3}, \quad g(x) = x^3 - 8$$

$$(3.5) \quad f(x) = \log(x^2 - 2), \quad g(x) = \sqrt{x+2}$$

Donner les ensembles de définition et les expressions des fonctions

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

**Exercice 4 (Limites).** Déterminer les limites suivantes :

$$(4.1) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \cos(\log x)$$

$$(4.16) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \log x - \sqrt{x}$$

$$(4.31) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{1}{x}$$

$$(4.2) \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right)$$

$$(4.17) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log \sqrt{x+1}}{x}$$

$$(4.32) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$$

$$(4.3) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - x + 3}{2x^3 - 5}$$

$$(4.18) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^3 + 1)}{x}$$

$$(4.33) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 - x + x^2)}{x}$$

$$(4.4) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

$$(4.19) \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} \log \left( \frac{x^2 + 2x - 8}{x + 2} \right)$$

$$(4.34) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \log^2 x + 3 \log x}{4 \log^2 x - 3}$$

$$(4.5) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x+1}$$

$$(4.20) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{1 - e^{2x}}$$

$$(4.35) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^3)}{\sin(2x^3)} - \frac{x^3}{e^x}$$

$$(4.6) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{4x^2 + 1}}$$

$$(4.21) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 - \frac{1}{x} \right)^{2x}$$

$$(4.36) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x^2}{e^{2x^4} - 1} - x^2 \ln x$$

$$(4.7) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{4x^2 + 1}}$$

$$(4.22) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x+3}{2x} \right)^{1-x}$$

$$(4.37) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x^3)}{\sin(x^3)} - x^3 e^x$$

$$(4.8) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 2 + \cos x}{3 - x}$$

$$(4.23) \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{\log x}$$

$$(4.38) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(2x^4)}{1 - \cos(x^2)} - x^3 \ln x$$

$$(4.9) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + e^x) \sin x$$

$$(4.24) \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\log x}{x-1}$$

$$(4.39) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{\frac{x-2}{x}} - 1}{\sin(x^2 - 4)}$$

$$(4.10) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + \sin e^x}{2x}$$

$$(4.25) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \log x^4 - x$$

$$(4.40) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x - 2}$$

$$(4.11) \quad \lim_{x \rightarrow 1} e^{2x-1} - e$$

$$(4.26) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - x$$

$$(4.41) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 6}$$

$$(4.12) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{3}{1+x}}$$

$$(4.27) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \log x^2 - x^4$$

$$(4.42) \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x+6}{x^2+x-6}$$

$$(4.13) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} 3^{\frac{1}{x}}$$

$$(4.28) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^x - x e^{x^2}$$

$$(4.43) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 5x + 6} - x$$

$$(4.14) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} 3^{\frac{1}{x}}$$

$$(4.29) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt[5]{x}}{e^{\frac{1}{x}}}$$

$$(4.44) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left( \sqrt{x} - \sqrt{x+1} \right)$$

$$(4.15) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} 2^x - x^2$$

$$(4.30) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$$