

PLAN DU COURS

0 Éléments d'analyse stochastique

1. Processus de Markov et martingales en temps discrets
2. Processus de Markov et martingales en temps continu
3. Intégrales stochastiques, formules de Itô continues et à sauts d'intensité finie, équations différentielles stochastiques, théorème de Girsanov

I Revue des modèles de pricing

1. Modèle de Black-Scholes et Dupire ; volatilités réalisées, implicite et locale
2. Volatilité stochastique (Heston) et à sauts (Merton 'saut à la ruine' et Merton à sauts gaussiens des rendements)
3. Pricing des options vanilles par Fourier dans les modèles de diffusion affine à sauts

II Méthodes de pricing par Monte Carlo

1. Principes généraux : estimateur Monte Carlo, intervalle de confiance, graphe de convergence
2. Génération aléatoire et quasi-aléatoire
3. Réduction de variance : variables antithétiques, variables de contrôle, importance sampling
4. Quasi-Monte Carlo et schémas mixtes pseudo / quasi Monte Carlo, techniques de pont
5. Calculs de Grecs par Monte Carlo : techniques de flots et de différentiation de la densité (Malliavin)
6. Discrétisation de processus
7. Schémas hybrides de type simulation / régression : pricing par Monte Carlo d'options américaines et de nonlinéarités de type 'funding'

III Méthodes de pricing par différences finies

1. Analyse de convergence : Principe d'équivalence de Lax (options européennes) / théorème de Barles et Souganidis (options américaines et autres problèmes non linéaires)
2. Localisation et conditions aux bords
3. Théta-schémas en dimension un d'espace
4. Méthode ADI en dimension supérieure
5. Sauts (équations intégro-différentielles)

IV Méthodes de pricing par arbres

1. Modèles de chaînes de Markov discrètes, programmation dynamique dans les arbres
2. Analyse de convergence : Théorème de Kushner
3. Applications à l'arbre binomial de Cox Ross Rubinstein vs. trinomial de Kamrad Ritchken
4. Synthèse et comparaison de performances Monte Carlo vs. EDPs et arbres

V Pricing d'options path dependent

1. Options exotiques de première génération : barrières, lookback et asiatiques
2. Options exotiques de seconde génération : forward start et cliquets, vol et variance swaps

VI Techniques de calibration de modèles

1. Le problème inverse mal posé de la calibration de modèle
2. Régularisation de Tikhonov
3. Optimisation non convexe, gradient stochastique, algorithmes génétiques
4. Etudes de cas

TDs

TDs sous la forme de mini-projets essentiellement (homework), consistant en des études de cas sous la forme de dll en C++ à programmer et interfacer dans excel/VBA, ainsi que de 'jupyter notebooks' en python.

REFERENCES

Stéphane Crépey, Financial Modeling (Springer, 2013), chapitres 1 à 9.

EVALUATION

Examen écrit + bonus compte-rendu d'exercices et de mini-projets de programmation.